HUỲNH VĂN LƯỢNG
0918.859.305-0996.113.305
01234.444.305 – 0666.513.305

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2012
MÔN TOÁN KHỐI B

ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2012
Môn : TOÁN; khối B

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH *(7,0 điểm)*

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3m^3$ (1), m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 1.
b) Tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị *A* và *B* sao cho tam giác *OAB* có diện tích bằng 48.

Câu 2 (1,0 điểm) Giải phương trình $2(\cos x + \sqrt{3}\sin x)\cos x = \cos x - \sqrt{3}\sin x + 1$.

Câu 3 (1,0 điểm) Giải bất phương trình $x + 1 + \sqrt{x^2 - 4x + 1} \geq 3\sqrt{x}$.

Câu 4 (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{x^3}{x^4 + 3x^2 + 2}dx$.

Câu 5 (1,0 điểm) Cho hình chóp tam giác đều *S.ABC* với *SA* = 2a, *AB* = a. Gọi *H* là hình chiếu vuông góc của *A* trên cạnh *SC*. Chứng minh *SC* vuông góc với mặt phẳng (*ABH*). Tính thể tích của khối chóp *S.ABH* theo a.

Câu 6 (1,0 điểm) Cho các số thực *x, y, z* thỏa mãn các điều kiện $x + y + z = 0$ và $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^5 + y^5 + z^5$.

II. PHẦN RIÊNG (*3,0 điểm*) : *Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (A hoặc B)*

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu 7.a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng có hệ tọa độ *Oxy*, cho các đường tròn (C_1) : $x^2 + y^2 = 4$, (C_2): $x^2 + y^2 - 12x + 18 = 0$ và đường thẳng *d*: $x - y - 4 = 0$. Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc (C_2), tiếp xúc với *d* và cắt (C_1) tại hai điểm phân biệt *A* và *B* sao cho *AB* vuông góc với d.

Câu 8.a (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng *d*: $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$ và hai điểm *A*(2;1;0), *B*(-2;3;2). Viết phương trình mặt cầu đi qua *A*,*B* và có tâm thuộc đường thẳng *d*.

Câu 9.a (1,0 điểm) Trong một lớp học gồm có 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ.

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7.b (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho hình thoi *ABCD* có *AC* = *2BD* và đường tròn tiếp xúc với các cạnh của hình thoi có phương trình $x^2 + y^2 = 4$. Viết phương trình chính tắc của elip (E) đi qua các đỉnh *A, B, C, D* của hình thoi. Biết *A* thuộc *Ox*.

Câu 8.b (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho *A*(0;0;3), *M*(1;2;0). Viết phương trình mặt phẳng (*P*) qua *A* và cắt các trục *Ox*, *Oy* lần lượt tại *B*, *C* sao cho tam giác *ABC* có trọng tâm thuộc đường thẳng *AM*.

Câu 9.b (1,0 điểm) Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2\sqrt{3}iz - 4 = 0$. Viết dạng lượng giác của z_1 và z_2

BÀI GIẢI

Câu 1:

a) m= 1, hàm số thành : y = $x^3 - 3x^2 + 3$. Tập xác định là R.
y' = $3x^2 - 6x$; y' = 0 ⇔ x = 0 hay x = 2; y(0) = 3; y(2) = -1
$\lim_{x\to-\infty} y = -\infty$ và $\lim_{x\to+\infty} y = +\infty$

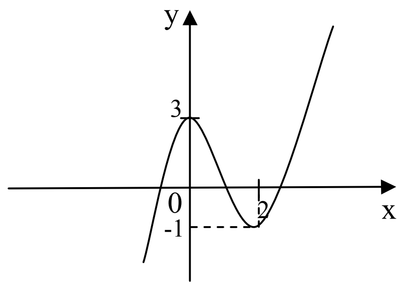
x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	–	0	+	
y	$-\infty$	↗	3 CĐ	↘	-1 CT	↗	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên ($-\infty$; 0) ; (2; $+\infty$); hàm số nghịch biến trên (0; 2)

Hàm số đạt cực đại tại x = 0; y(0) = 3; hàm số đạt cực tiểu tại x = 2; y(2) = -1

y'' = 6x – 6; y'' = 0 ⇔ x = 1. Điểm uốn I (1; 1)

<u>Đồ thị</u> :



b) $y' = 3x^2 - 6mx$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hay $x = 2m$

y có 2 cực trị ⇔ $m \neq 0$

Vậy A $(0; 3m^3)$ và B $(2m; -m^3)$

$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2}\left|-6m^4\right| = 48 \Leftrightarrow m^4 = 16 \Leftrightarrow m = \pm 2$ (nhận so với đk)

Câu 2 : $2(\cos x + \sqrt{3}\sin x)\cos x = \cos x - \sqrt{3}\sin x + 1$

$\Leftrightarrow (2\cos x + 1)(\cos x - 1) + \sqrt{3}\sin x(2\cos x + 1) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2\cos x + 1 = 0 \\ \cos x + \sqrt{3}\sin x = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = -\frac{1}{2} \\ \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{array}\right.$$

Câu 3 : Giải bất phương trình $x + 1 + \sqrt{x^2 - 4x + 1} \geq 3\sqrt{x}$. Đk : $0 \leq x \leq 2 - \sqrt{3}$ hay $x \geq 2 + \sqrt{3}$

nhận xét x = 0 là nghiệm

+ Với $x \neq 0$, BPT ⇔ $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{x + \frac{1}{x} - 4} \geq 3$

Đặt t = $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow x + \frac{1}{x} = t^2 - 2$ $(t \geq 2)$

Ta có : $t + \sqrt{t^2 - 6} \geq 3 \Leftrightarrow \sqrt{t^2 - 6} \geq 3 - t \Leftrightarrow t \geq 3$ hay $\begin{cases} t \leq 3 \\ t^2 - 6 \geq 9 - 6t + t^2 \end{cases}$

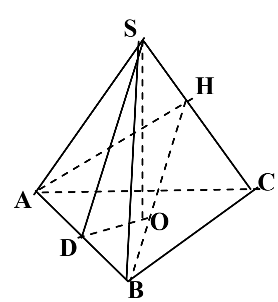
$\Leftrightarrow \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \geq \frac{5}{2} \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{4}$ hay $x \geq 4$

Kết hợp với đk ⇒ $0 \leq x \leq \frac{1}{4}$ hay $x \geq 4$.

Câu 4 : Đặt t = $x^2 \Rightarrow \frac{dt}{2} = xdx$; $x = 0 \Rightarrow t = 0$; $x = 1 \Rightarrow t = 1$

$$I = \frac{1}{2}\int_0^1 \frac{tdt}{t^2 + 3t + 2} = \frac{1}{2}\int_0^1 \left(\frac{-1}{t+1} + \frac{2}{t+2}\right)dt = \frac{1}{2}(2\ln 3 - 3\ln 2)$$

Câu 5



Nối BH ta có tam giác ABH cân tại H, do tính chất đối xứng

$\Rightarrow SC \perp BH$. Vậy $SC \perp (ABH)$.

Gọi SD là chiều cao của tam giác SAB

$$\Rightarrow SD^2 = (2a)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = 4a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{15a^2}{4} \Rightarrow SD = \frac{a\sqrt{15}}{2}$$

$$S_{(SAB)} = \frac{1}{2}a.\frac{a\sqrt{15}}{2} = \frac{a^2\sqrt{15}}{4}$$

$$S_{(SAB)} = S_{(SAC)} = \frac{1}{2}AH.SC = \frac{a^2\sqrt{15}}{4} \Rightarrow AH = \frac{a^2\sqrt{15}}{2.2a} = \frac{a\sqrt{15}}{4}$$

Ta có $SH^2 = (2a)^2 - AH^2 = 4a^2 - \frac{15a^2}{16} = \frac{49a^2}{16} \Rightarrow SH = \frac{7a}{4} \Rightarrow \frac{SH}{SC} = \frac{7a}{4.2a} = \frac{7}{8}$

$\dfrac{V_{(SABH)}}{V_{(SABC)}} = \dfrac{SH}{SC} = \dfrac{7}{8}$; $SO^2 = \left(\dfrac{a\sqrt{15}}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{a\sqrt{3}}{3.2}\right)^2 = \dfrac{15a^2}{4} - \dfrac{a^2}{12} = \dfrac{44a^2}{12} \Rightarrow SO = \dfrac{\sqrt{11}a}{\sqrt{3}}$

$V_{(SABH)} = \dfrac{7}{8}.\left(\dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}\right).\dfrac{a\sqrt{11}}{\sqrt{3}} = \dfrac{7a^3\sqrt{11}}{96}$

Câu 6. $\begin{cases} x+y+z=0 \\ x^2+y^2+z^2=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy = (x+y)^2 - \dfrac{1}{2} \\ -\sqrt{\dfrac{2}{3}} \le x+y \le \sqrt{\dfrac{2}{3}} \end{cases}$

$P = x^5 + y^5 + z^5 = x^5 + y^5 - (x+y)^5 = -5xy(x^3+y^3) - 10x^2y^2(x+y)$

$= -\dfrac{5}{2}\left[(x+y)^3 - \dfrac{1}{2}(x+y)\right] = -\dfrac{5}{2}t^3 + \dfrac{5}{4}t$; $\quad t = x + y$

$f(t) = -\dfrac{5}{2}t^3 + \dfrac{5}{4}t$

$f'(t) = -\dfrac{15}{2}t^2 + \dfrac{5}{4}$

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \pm\dfrac{1}{\sqrt{6}}$

t	$-\sqrt{2/3}$		$-1/\sqrt{6}$		$1/\sqrt{6}$		$\sqrt{2/3}$
f'(t)		−	0	+	0	−	
f(t)	$5\sqrt{6}/36$	↘	$-5\sqrt{6}/36$	↗	$5\sqrt{6}/36$	↘	

Vậy $P \le 5\sqrt{6}/36$. Vậy max $P = 5\sqrt{6}/36$ xảy ra khi $t = 1/\sqrt{6}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 1/\sqrt{6} \\ xy = -1/3 \\ z = -(x+y) \end{cases}$ (có nghiệm) hay $\begin{cases} x+y = -\sqrt{2/3} \\ xy = 1/6 \\ z = -(x+y) \end{cases}$ (có nghiệm)

Câu 7a. Phương trình đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$

Phương trình đường thẳng AB : $-2ax - 2by + c = 4 \Rightarrow$ AB có vtcp $\vec{v}$ (b;-a)

Đường thẳng (d) có vtcp $\vec{u}(1;1)$ vì $(d) \perp AB \Leftrightarrow \vec{u}.\vec{v} = 0 \Leftrightarrow a = b$ (1)

$d_{(I,d)} = \dfrac{|a-b-4|}{\sqrt{2}} = \sqrt{a^2+b^2-c} \Leftrightarrow 8 = 2a^2 - c$ (2)

$I \in (C_2) \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 12a + 18 = 0$ (3)

Thế (1) vào (3) ta có : $a = b = 3$

Thế $a = b = 3$ vào (2) ta có : c = 10

Vậy phương trình đường tròn (C) : $x^2 + y^2 - 6x - 6y + 10 = 0$

Cách khác : Gọi I (a;b) $\in (C_2)$; vì đường tròn tâm I cắt (C_1) tâm O tại A, B sao cho AB $\perp (d)$.

Mà $IO \perp AB \Rightarrow IO \parallel (d)$. Vậy $d_{(I/d)} = d_{(O/d)} = 2\sqrt{2} = R$

Ta có : $\begin{cases} a^2+b^2-12a+18=0 \\ |a-b-4| = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a^2+b^2-12a+18=0 \\ a-b=8 \end{cases} (1) \\ \begin{cases} a^2+b^2-12a+18=0 \\ a-b=0 \end{cases} (2) \end{array}\right.$

Hệ (1) $\Leftrightarrow a = 7 \pm 2\sqrt{2}; b = -1 \pm 2\sqrt{2}$; (loại) vì I và O phải cùng phía so với (d).

Hệ (2) $\Leftrightarrow a = b = 3 \Rightarrow a^2 - 6a + 9 = 0 \ \Rightarrow a = 3$

Phương trình đường tròn : $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 8$

Câu 8a.

Gọi tâm mặt cầu là $I \in (d) \Leftrightarrow I(1+2t;t;-2t)$

$IA^2 = 9t^2 - 6t + 2$, $IB^2 = 9t^2 + 14t + 22$

Ta có $IA^2 = IB^2 \Rightarrow t = -1 \ \Rightarrow I(-1;-1;2)$, $IA^2 = R^2 = 17$

Vậy phương trình mặt cầu là : $\left(x+1\right)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 17$

Câu 9a. Số cách gọi 4 học sinh lên bảng là : $C_{25}^4 = \dfrac{25!}{4!.21!} = 12650$

Số cách gọi 4 học sinh có cả nam lẫn nữ là :

TH 1: 1 nữ 3 nam có : $10.C_{15}^3 = 10.455 = 4550$

TH 2: 2 nữ 2 nam có : $C_{10}^2.C_{15}^2 = 4725$

TH 3 : 3 nữ 1 nam có : $C_{10}^3.C_{15}^1 = 1800$

Vậy số cách gọi 4 học sinh có nam và nữ là : 4550 + 4725 + 1800 = 11075

Vậy xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam lẫn nữ là : $\dfrac{11075}{12650} = \dfrac{443}{506}$

<u>Cách khác</u>: Xác suất chọn không có nam: $P_1 = \dfrac{C_{10}^4}{C_{25}^4} = \dfrac{21}{1265}$

Xác suất chọn không có nữ : $P_2 = \dfrac{C_{15}^4}{C_{25}^4} = \dfrac{273}{2530}$

Xác xuất có cả nam và nữ : $P = 1 - (P_1 + P_2) = \dfrac{443}{506}$

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7b. Đặt AC = 2a , BD = a . Bán kính đường tròn nội tiếp hình thoi R = 2.

Ta có $\dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{\frac{a^2}{4}} + \dfrac{1}{a^2} = \dfrac{5}{a^2} \Rightarrow a^2 = 20 \Rightarrow a = 2\sqrt{5} \Rightarrow b = \sqrt{5}$

Vậy phương trình của (E) : $\dfrac{x^2}{20} + \dfrac{y^2}{5} = 1$

Câu 8b. Gọi B là giao điểm của mặt phẳng với Ox, B(b;0;0).

C là giao điểm của mặt phẳng với Oy, C(0;c;0).

Vậy pt mặt phẳng có dạng : $\dfrac{x}{b} + \dfrac{y}{c} + \dfrac{z}{3} = 1$ và trọng tâm tam giác ABC là : $G\left(\dfrac{b}{3};\dfrac{c}{3};1\right)$

$\overrightarrow{AM} = (1;2;-3)$. Pt đường thẳng AM : $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-3}{-3}$

Vì $G \in AM$ nên $\dfrac{b}{3} = \dfrac{c}{6} = \dfrac{-2}{3} \Rightarrow b = -2, c = -4$

Vậy pt mặt phẳng (P) là $6x + 3y - 4z + 12 = 0$

Câu 9b. Phương trình $z^2 - 2\sqrt{3}iz - 4 = 0$ có hai nghiệm là $z_1 = -1 + \sqrt{3}i, z_2 = 1 + \sqrt{3}i$

Vậy dạng lượng giác của z_1, z_2 là : $z_1 = 2\left(-\cos\dfrac{\pi}{3} + \sin\dfrac{\pi}{3}i\right)$; $z_2 = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + \sin\dfrac{\pi}{3}i\right)$

$z_1 = 2(\cos\dfrac{2\pi}{3} + i\sin\dfrac{2\pi}{3})$; $z_2 = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$

=========*Hết* ========

Xem tại www.huynhvanluong.com (thắc mắc gọi 0918.859.305)