



HUỖNH VĂN LƯƠNG
0918.859.305-0996.113.305
01234.444.305 – 0666.513.305

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI TUYỂN SINH
ĐẠI HỌC NĂM 2012 MÔN TOÁN KHỐI A
Thời gian làm bài: 180 phút (không kể thời gian giao đề)
Download tại www.huynhvanluong.com

ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2012
Môn : TOÁN - Khối : A và A1

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu 1 (2,0 điểm) Cho hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$ (1), với m là tham số thực.

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) khi $m = 0$.
 b) Tìm m để đồ thị hàm số (1) có ba điểm cực trị tạo thành ba đỉnh của một tam giác vuông.

Câu 2 (1,0 điểm) Giải phương trình $\sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x = 2 \cos x - 1$

Câu 3 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 - 3x^2 - 9x + 22 = y^3 + 3y^2 - 9y \\ x^2 + y^2 - x + y = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 4 (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_1^3 \frac{1 + \ln(x+1)}{x^2} dx$

Câu 5 (1,0 điểm) Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HA = 2HB$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp S.ABC và tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC theo a .

Câu 6 (1,0 điểm): Cho các số thực x, y, z thỏa mãn điều kiện $x + y + z = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3^{|x-y|} + 3^{|y-z|} + 3^{|z-x|} - \sqrt{6x^2 + 6y^2 + 6z^2}$.

PHẦN RIÊNG (3,0 điểm): Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc phần B)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu 7.a (1,0 điểm): Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD. Gọi M là trung điểm của cạnh BC, N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN = 2ND$. Giả sử $M\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và đường thẳng AN có phương trình $2x - y - 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm A.

Câu 8.a (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ và điểm I (0; 0; 3). Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông tại I.

Câu 9.a (1,0 điểm). Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^{n-1} = C_n^3$. Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển nhị thức Niu-ton $\left(\frac{nx^2}{14} - \frac{1}{x}\right)^n, x \neq 0$.

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7.b (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) : $x^2 + y^2 = 8$. Viết phương trình chính tắc elip (E), biết rằng (E) có độ dài trục lớn bằng 8 và (E) cắt (C) tại bốn điểm tạo thành bốn đỉnh của một hình vuông.

Câu 8.b (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$, mặt phẳng (P) : $x + y - 2z + 5 = 0$ và điểm A (1; -1; 2). Viết phương trình đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN.

Câu 9.b (1,0 điểm) Cho số phức z thỏa $\frac{5(\bar{z}+i)}{z+1} = 2-i$. Tính môđun của số phức $w = 1 + z + z^2$.

BÀI GIẢI GỢI Ý

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu 1: a/ Khảo sát, vẽ (C) :

$$m = 0 \Rightarrow y = x^4 - 2x^2$$

$$D = \mathbb{R}, y' = 4x^3 - 4x, y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hay } x = \pm 1$$

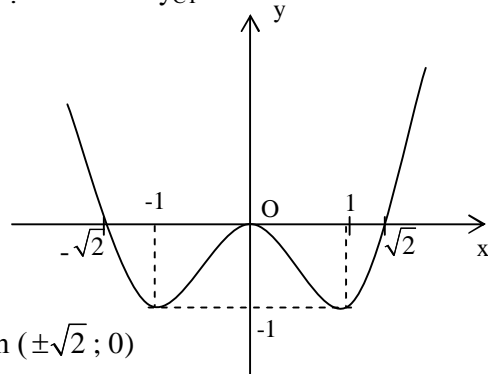
Hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$, nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$

Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và $y_{CD} = 0$, đạt cực tiểu tại $x = \pm 1$ và $y_{CT} = -1$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = +\infty$$

Bảng biến thiên :

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	↘	↗	↘	↗



$$y = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hay } x = \pm\sqrt{2}$$

Đồ thị tiếp xúc với Ox tại $(0; 0)$ và cắt Ox tại hai điểm $(\pm\sqrt{2}; 0)$

b/ $y' = 4x^3 - 4(m+1)x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hay } x^2 = (m+1)$$

Hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$

Khi đó đồ thị hàm số có 3 cực trị A $(0; m^2)$,

B $(-\sqrt{m+1}; -2m-1)$; C $(\sqrt{m+1}; -2m-1)$

Do $AB = AC$ nên tam giác chỉ có thể vuông tại A. Gọi M là trung điểm của BC $\Rightarrow M(0; -2m-1)$

Do đó $y_{cbt} \Leftrightarrow BC = 2AM$ (đường trung tuyến bằng nửa cạnh huyền)

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{m+1} = 2(m^2 + 2m + 1) = 2(m+1)^2 \Leftrightarrow 1 = (m+1)\sqrt{m+1} = (m+1)^{\frac{3}{2}} \text{ (do } m > -1)$$

$$\Leftrightarrow 1 = (m+1) \text{ (do } m > -1) \Leftrightarrow m = 0$$

Câu 2. $\sqrt{3}\sin 2x + \cos 2x = 2\cos x - 1$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{3}\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 2\cos x \Leftrightarrow \cos x = 0 \text{ hay } \sqrt{3}\sin x + \cos x = 1$$

$$\Leftrightarrow \cos x = 0 \text{ hay } \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \frac{1}{2}\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = 0 \text{ hay } \cos(x - \frac{\pi}{3}) = \cos \frac{\pi}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \text{ hay } x = k2\pi \text{ hay } x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \text{ (} k \in \mathbb{Z}\text{)}$$

Câu 3:

$$\begin{cases} x^3 - 3x^2 - 9x + 22 = y^3 + 3y^2 - 9y \\ x^2 + y^2 - x + y = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{Đặt } t = -x$$

$$\text{Hệ trở thành } \begin{cases} t^3 + y^3 + 3t^2 + 3y^2 - 9(t+y) = 22 \\ t^2 + y^2 + t + y = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{Đặt } S = y + t; P = y.t$$

$$\text{Hệ trở thành } \begin{cases} S^3 - 3PS + 3(S^2 - 2P) - 9S = 22 \\ S^2 - 2P + S = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S^3 - 3PS + 3(S^2 - 2P) - 9S = 22 \\ P = \frac{1}{2}(S^2 + S - \frac{1}{2}) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2S^3 + 6S^2 + 45S + 82 = 0 \\ P = \frac{1}{2}(S^2 + S - \frac{1}{2}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P = \frac{3}{4} \\ S = -2 \end{cases} \text{ . Vậy nghiệm của hệ là } \left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right); \left(\frac{1}{2}; \frac{-3}{2}\right)$$

Cách khác: $\begin{cases} x^3 - 3x^2 - 9x + 22 = y^3 + 3y^2 - 9y \\ (x - \frac{1}{2})^2 + (y + \frac{1}{2})^2 = 1 \end{cases} \quad \text{Đặt } u = x - \frac{1}{2}; v = y + \frac{1}{2}$

$$\text{Hệ đã cho thành } \begin{cases} u^3 - \frac{3}{2}u^2 - \frac{45}{4}u = (v+1)^3 - \frac{3}{2}(v+1)^2 - \frac{45}{4}(v+1) \\ u^2 + v^2 = 1 \end{cases}$$

Xét hàm $f(t) = t^3 - \frac{3}{2}t^2 - \frac{45}{4}t$ có $f'(t) = 3t^2 - 3t - \frac{45}{4} < 0$ với mọi t thỏa $|t| \leq 1$

$$\Rightarrow f(u) = f(v+1) \Rightarrow u = v+1 \Rightarrow (v+1)^2 + v^2 = 1 \Rightarrow v = 0 \text{ hay } v = -1 \Rightarrow \begin{cases} v = 0 \\ u = 1 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} v = -1 \\ u = 0 \end{cases}$$

\Rightarrow Hệ đã cho có nghiệm là $\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right); \left(\frac{1}{2}; \frac{-3}{2}\right)$.

Câu 4.

$$I = \int_1^3 \frac{1 + \ln(x+1)}{x^2} dx = \int_1^3 \frac{1}{x^2} dx + \int_1^3 \frac{\ln(x+1)}{x^2} dx = \frac{x^{-1}}{-1} \Big|_1^3 + J = \frac{2}{3} + J. \text{ Với } J = \int_1^3 \frac{\ln(x+1)}{x^2} dx$$

$$\text{Đặt } u = \ln(x+1) \Rightarrow du = \frac{1}{x+1} dx; \quad dv = \frac{1}{x^2} dx, \text{ chọn } v = \frac{-1}{x} - 1$$

$$J = \left(\frac{-1}{x} - 1\right) \ln(x+1) \Big|_1^3 + \int_1^3 \frac{dx}{x} = \left(\frac{-1}{3} - 1\right) \ln(4) + \ln x \Big|_1^3 = \frac{-4}{3} \ln 4 + 2 \ln 2 + \ln 3$$

$$= \frac{-2}{3} \ln 2 + \ln 3. \quad \text{Vậy } I = \frac{2}{3} + \frac{-2}{3} \ln 2 + \ln 3$$

Cách khác: Đặt $u = 1 + \ln(x+1) \Rightarrow du = \frac{dx}{x+1}$; đặt $dv = \frac{dx}{x^2}$, chọn $v = \frac{-1}{x}$, ta có:

$$I = -\frac{1}{x} [1 + \ln(x+1)] \Big|_1^3 + \int_1^3 \frac{dx}{x(x+1)} = -\frac{1}{x} [1 + \ln(x+1)] \Big|_1^3 + \ln \frac{x}{x+1} \Big|_1^3 = \frac{2}{3} + \frac{-2}{3} \ln 2 + \ln 3$$

Câu 5.

Gọi M là trung điểm AB , ta có

$$MH = MB - HB = \frac{a}{2} - \frac{a}{3} = \frac{a}{6}$$

$$CH^2 = \left[\frac{a\sqrt{3}}{2}\right]^2 + \left[\frac{a}{6}\right]^2 = \frac{28a^2}{36} \Rightarrow CH = \frac{a\sqrt{7}}{3}$$

$$SC = 2HC = \frac{2a\sqrt{7}}{3}; \quad SH = CH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{21}}{3}$$

$$V(S, ABC) = \frac{1}{3} \frac{a^2 \sqrt{7}}{4} a = \frac{a^3 \sqrt{7}}{12}$$

dựng D sao cho $ABCD$ là hình thoi, $AD // BC$

Vẽ HK vuông góc với AD . Và trong tam giác vuông

SHK , ta kẻ HI là chiều cao của SHK .

Vậy khoảng cách $d(BC, SA)$ chính là khoảng cách $3HI/2$ cần tìm.

$$HK = \frac{2a\sqrt{3}}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{3}, \text{ hệ thức lượng } \Rightarrow \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{21}}{3}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}$$

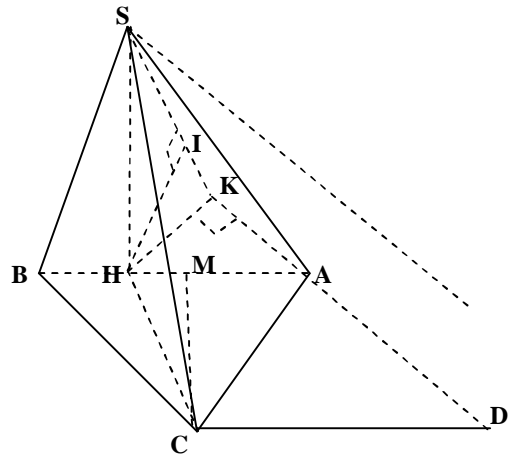
$$\Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{42}}{12} \Rightarrow d[BC, SA] = \frac{3}{2} HI = \frac{3a\sqrt{42}}{2 \cdot 12} = \frac{a\sqrt{42}}{8}$$

Câu 6. $x + y + z = 0$ nên $z = -(x + y)$ và có 2 số không âm hoặc không dương. Do tính chất đối xứng ta có thể giả sử $xy \geq 0$

$$\text{Ta có } P = 3^{|x-y|} + 3^{|2y+x|} + 3^{|2x+y|} - \sqrt{12(x^2 + y^2 + xy)} = 3^{|x-y|} + 3^{|2y+x|} + 3^{|2x+y|} - \sqrt{12[(x+y)^2 - xy]} \geq$$

$$3^{|x-y|} + 2.3^{\frac{|2y+x|+|2x+y|}{2}} - \sqrt{12[(x+y)^2 - xy]}$$

$$\geq 3^{|x-y|} + 2.3^{\frac{3|x+y|}{2}} - 2\sqrt{3}|x+y|. \text{ Đặt } t = |x+y| \geq 0, \text{ xét } f(t) = 2.(\sqrt{3})^{3t} - 2\sqrt{3}t$$



$$f'(t) = 2.3(\sqrt{3})^{3t} \cdot \ln \sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}(\sqrt{3} \cdot (\sqrt{3})^{3t} \ln \sqrt{3} - 1) > 0$$

$$\Rightarrow f \text{ đồng biến trên } [0; +\infty) \Rightarrow f(t) \geq f(0) = 2$$

Mà $3^{|x-y|} \geq 3^0 = 1$. Vậy $P \geq 3^0 + 2 = 3$, dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z = 0$. Vậy $\min P = 3$.

A. Theo chương trình Chuẩn :

Câu 7a.

$$\text{Ta có : } AN = \frac{a\sqrt{10}}{3}; AM = \frac{a\sqrt{5}}{2}; MN = \frac{5a}{6};$$

$$\cos A = \frac{AM^2 + AN^2 - MN^2}{2AM \cdot AN} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \widehat{MAN} = 45^\circ$$

(Cách khác : Để tính $\widehat{MAN} = 45^\circ$ ta có thể tính

$$\operatorname{tg}(\widehat{DAM} - \widehat{DAN}) = \frac{2 - \frac{1}{3}}{1 + 2 \cdot \frac{1}{3}} = 1$$

$$\text{Phương trình đường thẳng AM : } ax + by - \frac{11}{2}a - \frac{1}{2}b = 0$$

$$\cos \widehat{MAN} = \frac{|2a - b|}{\sqrt{5(a^2 + b^2)}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow 3t^2 - 8t - 3 = 0 \text{ (với } t = \frac{a}{b}) \Rightarrow t = 3 \text{ hay } t = -\frac{1}{3}$$

$$+ \text{ Với } t = 3 \Rightarrow \text{tọa độ A là nghiệm của hệ : } \begin{cases} 2x - y - 3 = 0 \\ 3x + y - 17 = 0 \end{cases} \Rightarrow A(4; 5)$$

$$+ \text{ Với } t = -\frac{1}{3} \Rightarrow \text{tọa độ A là nghiệm của hệ : } \begin{cases} 2x - y - 3 = 0 \\ x - 3y - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow A(1; -1)$$

$$\text{Cách khác: } A(a; 2a - 3), d(M, AN) = \frac{3\sqrt{5}}{2}, MA = MH \cdot \sqrt{2} = \frac{3\sqrt{10}}{2} \Leftrightarrow (a - \frac{11}{2})^2 + (2a - \frac{7}{2})^2 = \frac{45}{2}$$

$$\Leftrightarrow a = 1 \text{ hay } a = 4 \Rightarrow A(1; -1) \text{ hay } A(4; 5).$$

Câu 8a. Ta có $M(-1; 0; 2)$ thuộc d , gọi $\vec{u}_d = (1; 2; 1)$ là vector chỉ phương của đường thẳng d .

$$IH = \frac{AB}{2} = \frac{R\sqrt{2}}{2} = d(I, d) = \frac{|[\vec{MI}, \vec{u}_d]|}{|\vec{u}_d|}, [\vec{MI}, \vec{u}_d] = (-2; 0; 2) \Rightarrow IH = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{R\sqrt{2}}{2} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow R = \frac{2\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \text{phương trình mặt cầu (S) là : } x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = \frac{8}{3}.$$

$$\text{Câu 9a. } 5C_n^{n-1} = C_n^3 \Leftrightarrow 5.n = \frac{n(n-1)(n-2)}{6} \Leftrightarrow 30 = (n-1)(n-2), \text{ (do } n > 0) \Rightarrow n = 7$$

$$\text{Gọi a là hệ số của } x^5 \text{ ta có } C_7^{7-i} \left(\frac{x^2}{2}\right)^{7-i} \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^i = ax^5 \Leftrightarrow (-1)^i C_7^{7-i} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{7-i} \cdot x^{14-3i} = ax^5$$

$$\Rightarrow 14 - 3i = 5 \Rightarrow i = 3 \text{ và } -C_7^{7-i} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{7-i} = a \Rightarrow a = \frac{-35}{16}. \text{ Vậy số hạng chứa } x^5 \text{ là } \frac{-35}{16} \cdot x^5.$$

B. Theo chương trình Nâng cao :

Câu 7b Phương trình chính tắc của (E) có dạng : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b$). Ta có $a = 4$

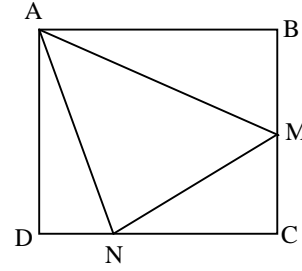
(E) cắt (C) tại 4 điểm tạo thành hình vuông nên :

$$M(2; -2) \text{ thuộc (E)} \Leftrightarrow \frac{4}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1 \Leftrightarrow b^2 = \frac{16}{3}. \text{ Vậy (E) có dạng } \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{\frac{16}{3}} = 1$$

Câu 8b. $M \in d \Rightarrow M(-1 + 2t; t; 2 + t) (t \in \mathbb{R})$; A là trung điểm MN $\Rightarrow N(3 - 2t; -2 - t; 2 - t)$

$N \in (P) \Rightarrow t = 2 \Rightarrow N(-1; -4; 0)$; Δ đi qua A và N nên phương trình có dạng : $\frac{x+1}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z}{2}$

Câu 9b. $z = x + yi$



$$\frac{5(\bar{z}+i)}{z+1} = 2-i \Leftrightarrow \frac{5(x-yi+i)}{x+yi+1} = 2-i \Leftrightarrow \frac{5[(x-(y-1)i)]}{(x+1)+yi} = 2-i$$

$$\Leftrightarrow 5x-5(y-1)i = 2(x+1)-(x+1)i+2yi+y \Leftrightarrow 5x-5(y-1)i = (2x+2+y)-(x+1-2y)i$$

$$\begin{cases} 2x+2+y=5x \\ x+1-2y=5(y-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-y=2 \\ x-7y=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$$

$$z = 1 + i; w = 1 + z + z^2 = 1 + (1+i) + (1+i)^2 = 1 + 1 + i + 1 + 2i + (-1) = 2 + 3i \Rightarrow |w| = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

www.huynhvanluong.com (thắc mắc gọi 0918.859.305)