



HUỖNH VĂN LƯƠNG
0918.859.305-0996.113.305
01234.444.305 – 0666.513.305

ĐÁP ÁN ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC 2013
MÔN TOÁN- KHỐI B

Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

Download tại www.huynhvanluong.com

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx$ (1), với m là tham số thực.

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = -1$.
 b) Tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị A và B sao cho đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng $y = x + 2$.

Câu 2 (1,0 điểm) Giải phương trình $\sin 5x + 2\cos^2 x = 1$

Câu 3 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 - 3xy + 3x - 2y + 1 = 0 \\ 4x^2 - y^2 + x + 4 = \sqrt{2x + y} + \sqrt{x + 4y} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

Câu 4 (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^1 x\sqrt{2-x^2} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) .

Câu 6 (1,0 điểm) Cho a, b, c là các số thực dương. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{4}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 4}} - \frac{9}{(a+b)\sqrt{(a+2c)(b+2c)}}.$$

II. PHẦN RIÊNG (3,0 điểm) : Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (phần A hoặc phần B)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu 7.a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình thang cân $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc với nhau và $AD = 3BC$. Đường thẳng BD có phương trình $x + 2y - 6 = 0$ và tam giác ABD có trực tâm là $H(-3; 2)$. Tìm tọa độ các đỉnh C và D .

Câu 8.a (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; 5; 0)$ và mặt phẳng $(P) : 2x + 3y - z - 7 = 0$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A vuông góc với (P) . Tìm tọa độ điểm đối xứng của A qua (P) .

Câu 9.a (1,0 điểm) Có hai chiếc hộp chứa bi. Hộp thứ nhất chứa 4 viên bi đỏ và 3 viên bi trắng, hộp thứ hai chứa 2 viên bi đỏ và 4 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra 1 viên bi, tính xác suất để 2 viên bi được lấy ra có cùng màu.

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7.b (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có chân đường cao hạ từ đỉnh A là $H\left(\frac{17}{5}; -\frac{1}{5}\right)$, chân đường phân giác trong của góc A là $D(5; 3)$ và trung điểm của cạnh AB là $M(0;$

1). Tìm tọa độ đỉnh C .

Câu 8.b (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; -1; 1)$, $B(-1; 2; 3)$ và đường thẳng $\Delta : \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A , vuông góc với hai đường thẳng qua AB và Δ .

Câu 9.b (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + 2y = 4x - 1 \\ 2\log_3(x-1) - \log_{\sqrt{3}}(y+1) = 0 \end{cases}$$

Bài giải

Câu 1:

a) $m = -1$, hàm số thành : $y = 2x^3 - 6x$. Tập xác định là \mathbb{R} .

$$y' = 6x^2 - 6; y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1; y(-1) = 4; y(1) = -4$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	4	-4	$+\infty$	

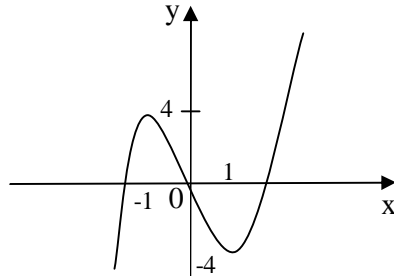
\swarrow CT \searrow CT
 (Arrows from 4 and -4 in the y row point to CT labels below the table)

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$; $(1; +\infty)$; hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$

Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$; $y(-1) = 4$; hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$; $y(1) = -4$

$$y'' = 12x; y'' = 0 \Leftrightarrow x = 0. \text{ Điểm uốn I } (0; 0)$$

Đồ thị :



b) $y' = 6(x^2 - (m+1)x + m)$,

$$y \text{ có 2 cực trị } \Leftrightarrow y' = 0 \text{ có 2 nghiệm phân biệt } \Leftrightarrow (m+1)^2 - 4m > 0 \Leftrightarrow m \neq 1$$

$$y = \frac{1}{6}(2x - m - 1) \cdot y' - (m-1)^2x + m^2 + m$$

$$\text{YCBT } \Leftrightarrow -(m-1)^2 = -1 \text{ và } m \neq 1 \Leftrightarrow m = 0 \text{ hay } m = 2.$$

Câu 2. Giải phương trình:

$$\sin 5x + 2 \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \sin 5x = 1 - 2 \cos^2 x = -\cos 2x = \sin(2x - \pi/2)$$

$$\Leftrightarrow 5x = 2x - \frac{\pi}{2} + k2\pi \text{ hay } 5x = \pi - 2x + \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} \text{ hay } x = \frac{3\pi}{14} + \frac{k2\pi}{7}, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 3 :
$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 - 3xy + 3x - 2y + 1 = 0 & (1) \\ 4x^2 - y^2 + x + 4 = \sqrt{2x+y} + \sqrt{x+4y} & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow y = 2x + 1 \text{ hay } y = x + 1$$

TH1 : $y = 2x + 1$. Thế vào (2) ta có :

$$f(x) = \sqrt{4x+1} + \sqrt{9x+4} = 3 - 4x = g(x) \quad (x \geq -\frac{1}{4})$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ (vì } f \text{ đồng biến, } g \text{ nghịch biến trên } [-\frac{1}{4}; +\infty]). \text{ Vậy } x = 0 \text{ và } y = 1.$$

TH2 : $y = x + 1$. Thế vào (2) ta có :

$$\sqrt{3x+1} + \sqrt{5x+4} = 3x^2 - x + 3 \quad (x \geq -\frac{1}{3})$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3x+1} + \sqrt{5x+4} = 3(x-1)x + 2x + 3$$

$$\Leftrightarrow [\sqrt{3x+1} - (x+1)] + [\sqrt{5x+4} - (x+2)] = 3(x-1)x$$

$$\Leftrightarrow \frac{-x^2 + x}{\sqrt{3x+1} + (x+1)} + \frac{-x^2 + x}{\sqrt{5x+4} + (x+2)} = 3(x^2 - x)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x = 0 \text{ hay } \frac{-1}{\sqrt{3x+1} + (x+1)} + \frac{-1}{\sqrt{5x+4} + (x+2)} = 3 \text{ (VN)}$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 1 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 1; x = 1 \Rightarrow y = 2$$

Vậy nghiệm của hệ là $(x; y) = (0; 1)$ hay $(x; y) = (1; 2)$.

Câu 4 : $I = \int_0^1 x\sqrt{2-x^2} dx = -\frac{1}{2} \int_0^1 (2-x^2)^{1/2} d(2-x^2) = -\frac{1}{2} \int_2^1 u^{1/2} du = \frac{1}{2} \int_1^2 u^{1/2} du$

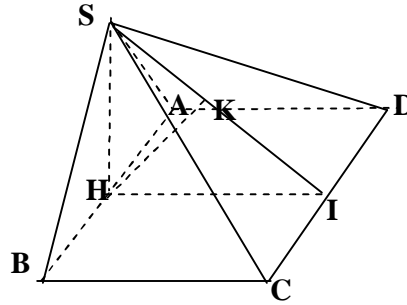
$$= \left[\frac{1}{3} u^{3/2} \right]_1^2 = \frac{1}{3} (2\sqrt{2} - 1) \text{ (đặt } u = (2 - x^2)).$$

Câu 5 : Ta có

$$SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}; V = \frac{1}{3} [a^2] \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$$

Xét tam giác vuông SHI

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{\left[\frac{a\sqrt{3}}{2}\right]^2} + \frac{1}{[a]^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$



Vì $AB \parallel CD$ nên $HK = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = d(A, SCD)$

Câu 6. $a + b + c + 2 \leq \sqrt{4(a^2 + b^2 + c^2 + 4)}$

$$3(a+b) \cdot \sqrt{(a+2c)(b+2c)} \leq (3a+3b) \cdot \left(\frac{a+b+4c}{2}\right) \leq \frac{1}{2} \left[\frac{4(a+b+c)}{2} \right]^2 = 2(a+b+c)^2$$

Vậy $P \leq \frac{8}{a+b+c+2} - \frac{27}{2(a+b+c)^2}$. Đặt $t = a + b + c, t > 0$; $P \leq \frac{8}{t+2} - \frac{27}{2t^2} = g(t)$

$$g'(t) = -\frac{8}{(t+2)^2} + \frac{27}{t^3}$$

$$g'(t) = 0 \Leftrightarrow 27(t+2)^2 - 8t^3 = 0 \Leftrightarrow t = 6$$

t	0	6	$+\infty$	
$g'(t)$		+	0	-
$g(t)$			$\frac{5}{8}$	

$P \leq g(t) \leq \frac{5}{8}$; $\max P = \frac{5}{8}$ xảy ra khi $a = b = c = 2$.

Câu 7.a. Gọi I là hình chiếu của H xuống DB để dàng tìm được I (-2; 4)

Vì ΔIHB vuông cân tại I có $IH = \sqrt{5}$

Từ phương trình $IH = IB = IC$ ta có điểm B (0; 3) và C (-1; 6)

$\vec{ID} = -3\vec{IB}$, ta có D (-8; 7)

Tương tự ta có nghiệm thứ 2 là B (-4; 5) và D (4; 1)

Câu 8.a. Đường thẳng qua A và vuông góc với (P) có VTCP là (2; 3; -1)

Vậy phương trình đường thẳng d qua A là :

$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 + 3t \\ z = -t \end{cases}$$

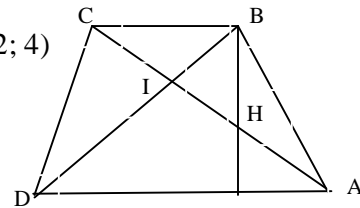
Gọi H là giao điểm của d và (P) ta có $H(3 + 2t; 5 + 3t; -t)$

$H \in (P)$ nên ta có : $2(3 + 2t) + 3(5 + 3t) + t - 7 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow H(1; 2; 1)$

Gọi A' (x, y, z) là tọa độ điểm đối xứng của A qua (P),

ta có : $x = 2x_H - x_A = -1$; $y = 2y_H - y_A = -1$; $z = 2z_H - z_A = 2$

Tọa độ điểm đối xứng của A qua (P) : (-1; -1; 2).



Câu 9.a. Xác suất để 2 viên bi được lấy ra cùng là bi đỏ là : $\frac{4}{7} \cdot \frac{2}{6} = \frac{4}{21}$

Xác suất để 2 viên bi được lấy ra cùng là bi trắng là : $\frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6} = \frac{2}{7}$

Xác suất để 2 viên bi được lấy ra có cùng màu là : $\frac{4}{21} + \frac{2}{7} = \frac{10}{21}$.

Câu 7.b. Phương trình BC : $2x - y - 7 = 0$; phương trình AH : $x + 2y - 3 = 0$

$A \in AH \Rightarrow A(3 - 2a; a) \Rightarrow B(2a - 3; 2 - a)$

$\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{HB} = 0 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow A(-3; 3); B(3; -1)$

Phương trình AD : $y = 3 \Rightarrow N(0; 5)$ là điểm đối xứng của M qua AD $\Rightarrow N \in AC$

\Rightarrow Phương trình AC : $2x - 3y + 15 = 0$ và phương trình BC : $2x - y - 7 = 0$

$\Rightarrow C(9; 11)$.

Câu 8.b. $\overrightarrow{AB} = (-2; 3; 2)$, VTCP của Δ là $\vec{a} = (-2; 1; 3)$

1 VTCP của đường thẳng d đi qua A và vuông góc với Δ là $\vec{n} = (7; 2; 4)$

Vậy phương trình đường thẳng d là :
$$\begin{cases} x = 1 + 7t \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 + 4t \end{cases}$$

Câu 9.b.
$$\begin{cases} x > 1, y > -1 \\ \log_3(x-1) = \log_3(y+1) \\ y = x - 2 \\ x^2 + 2(x-2) - 4x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1, y > -1 \\ y = x - 2 \\ x^2 - 2x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$