HUỲNH VĂN LƯỢNG
0918.859.305-0996.113.305
01234.444.305 – 0666.513.305

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THPT QUỐC GIA 2016
MÔN TOÁN

Download tại www.huynhvanluong.com

Câu I ***(1,0 điểm)***

1. Cho số phức z thỏa mãn $z = 1 + 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $w = 2z + \overline{z}$.

2. Cho $\log_2 x = \sqrt{2}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \log_2 x^2 + \log_{\frac{1}{2}} x^3 + \log_4 x$

Câu II (1,0 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 2x^2$.

Câu III ***(1,0 điểm)*** Tìm m để hàm số f(x) = $x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị. Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị đó, tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 3$.

Câu IV : Tính tích phân $I = \int_0^3 3x(x + \sqrt{x^2 + 16})\,dx$

Câu V(1,0 điểm) : Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm A(3;2;-2), B(1;0;1) và C(2;-1;3). Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng BC.

Câu VI (1,0 điểm) :

1. Giải phương trình $2\sin^2 x + 7\sin x - 4 = 0$.

2. Học sinh A thiết kế bảng điều khiển điện tử mở cửa phòng học của lớp mình. Bảng gồm 10 nút, mỗi nút được ghi một số từ 0 đến 9 và không có hai nút nào được ghi cùng một số. Để mở cửa cần chẵn liên tiếp 3 nút khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút đó theo thứ tự đã nhấn tạo thành một dãy số tăng và có tổng bằng 10. Học sinh B không biết quy tắc mở cửa trên, đã nhấn ngẫu nhiên liên tiếp 3 nút khác nhau trên bảng điều khiển. Tính xác suất để B mở được cửa phòng học đó.

Câu VII(1,0 điểm): Cho lăng trụ *ABC.A'B'C'* có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, AC =2a. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh AC, đường thẳng A'B tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 45^0. Tính theo a thể tích khối lăng trụ *ABC.A'B'C'* và chứng minh A'B vuông góc với B'C.

Câu VIII (1,0 điểm): Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn đường kính BD. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các đường thẳng BC, BD và P là giao điểm của hai đường thẳng MN, AC. Biết đường thẳng AC có phương trình $x - y - 1 = 0$. M (0;4), N(2;2) và hoành độ điểm A nhỏ hơn 2. Tìm tọa độ các điểm P, A và B.

Câu IX(1,0 điểm) : Giải phương trình

$$3\log_3^2(\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}) + 2\log_{\frac{1}{3}}(\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}).\log_3(9x^3) + (1 - \log_{\frac{1}{3}} x)^2 = 0$$

Câu X (1,0 điểm): Xét các số thực x, y thỏa mãn $x + y + 1 = 2(\sqrt{x-2} + \sqrt{y+3})$ *(*)*

1. Tìm giá trị lớn nhất của $x + y$

2. Tìm m để $3^{x+y-4} + (x + y + 1)2^{7-x-y} - 3(x^2 + y^2) \le m$ đúng với mọi x,y thỏa mãn (*)

Câu I: 1. $\bar{z} = 1 - 2i$ $w = 2(1 + 2i) + (1 - 2i) = 3 + 2i$.

Vậy phần thực là 3, ảo là 2.

2. $\log_2^x = \sqrt{2} \Rightarrow x = 2^{\sqrt{2}} > 0$

$$A = 2\log_2 x + (-3)\log_2 x + \frac{1}{2}\log_2 x = 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

Câu II: Khảo sát hàm số và vẽ đồ thị. $y = -x^4 + 2x^2$ (tự giải)

Câu III: $f'(x) = 3x^2 - 6x + m$

$\Delta' = 9 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 3$. Hàm f có 2 cực trị khi và chỉ khi $m < 3$

Khi $m < 3$ ta có $x_1 + x_2 = 2$; $x_1x_2 = \frac{m}{3}$

Ycbt $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 3$ và $m < 3 \Leftrightarrow 4 - \frac{2m}{3} = 3$ và $m < 3 \Leftrightarrow 3 = 2m, m < 3 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$

Câu IV: $I = \int_0^3 3x(x + \sqrt{x^2+16})\,dx = 3\int_0^3 (x^2 + x\sqrt{x^2+16})dx = 3\left[\int_0^3 x^2dx + \int_0^3 x\sqrt{x^2+16}dx\right]$

$I_1 = \int_0^3 x^2dx = \left.\frac{x^3}{3}\right|_0^3 = \frac{27}{3} = 9$; $I_2 = \int_0^3 x\sqrt{x^2+16}dx$

Đặt $t = \sqrt{x^2+16}$ Đổi cận $t(0) = 4$, $t(3) = 5$, $t^2 = x^2 + 16 \Rightarrow 2tdt = 2xdx \Rightarrow I_2 = \int_4^5 t.tdt = \left.\frac{t^3}{3}\right|_4^5 = \frac{5^3}{3} - \frac{4^3}{3}$

$I = 3\left(9 + \frac{125}{3} - \frac{64}{3}\right) = 88$

Câu V (1,0 *điểm*): Trong không gian với tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(3;2;-2), B(1;0;1), C(2;-1;3)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng BC.

Lời giải:

+) Ta có $\overrightarrow{BC} = (1;-1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông với BC nhận $\overrightarrow{BC} = (1;-1;2)$ làm một véc tơ pháp tuyến nên có phương trình là (P): $(x-3)-(y-2)+2(z+2)=0 \Leftrightarrow x-y+2z+3=0$

+) Đường thẳng BC có phương trình là $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -t \\ z = 1+2t \end{cases}$

Gọi $H(1+t;-t;1+2t) \in (BC)$, để H là hình chiếu của A lên BC thì $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC} = 0$

Mà $\overrightarrow{AH} = (t-2;-t-2;3+2t)$, do đó ta có phương trình $t-2+t+2+2(3+2t)=0 \Leftrightarrow 6t+6=0 \Leftrightarrow t=-1$

Từ đó suy ra $H(0;1;-1)$

Câu VI: 1. $2\sin^2x + 7\sin x - 4 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -4$ (VN) hay $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ hay $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$

2. Nhấn liên tiếp 3 nút khác nhau ta có : $|\Omega| = 10.9.8 = 720$ cách nhấn.

Gọi X là biến cố : 'Học sinh B mở được cửa phòng'.

Các dãy số tăng có tổng bằng 10 là : $(0;1;9);(0;2;8);(0;3;7);(0;4;6);(1;2;7);(1;3;6);(1;4;5);(2;3;5)$.

Học sinh B có $|\Omega_X| = 8$ cách để mở được cửa phòng, (vì với mỗi bộ số thì chỉ có duy nhất một cách chọn dãy số tăng)

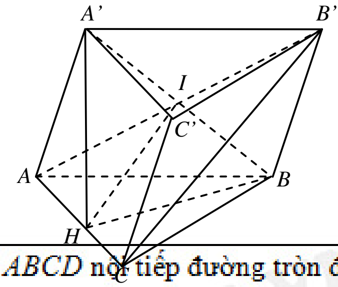
Do đó xác suất cần tìm của bài toán là : $P_X = \frac{8}{720} = \frac{1}{90}$.

Câu VII: Gọi H là trung điểm $AC \Rightarrow AH \perp (ABC) \Rightarrow \left(A'B,(ABC)\right) = \widehat{A'BH} = 45^0$

$\Delta A'HB$ vuông cân tại $H \Rightarrow A'H = BH = \dfrac{AC}{2} = a$

$V = \dfrac{1}{2} BA.BC.A'H = a^3$

Gọi $I = A'B \cap AB' \Rightarrow HI // B'C$ và $HI \perp A'B \Rightarrow A'B \perp B'C$ (đpcm)

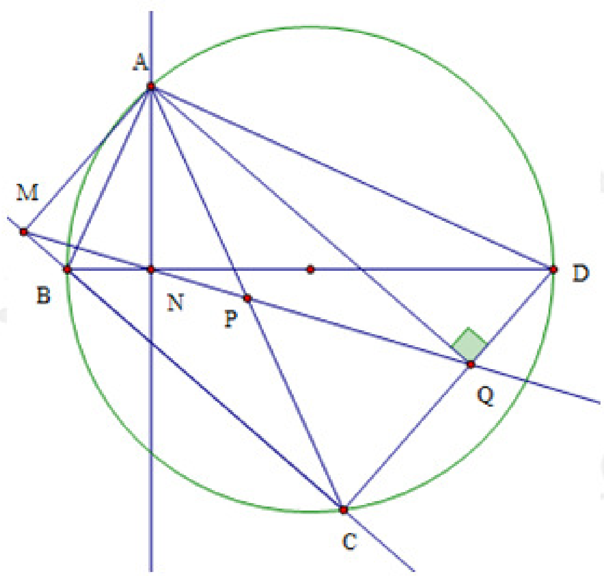


Câu VIII (1,0 *điểm*): Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho tứ giác *ABCD* nội tiếp đường tròn đường kính *BD*. Gọi *M*,*N* lần lượt là hình chiếu vuông góc của *A* trên các đường thẳng *BC*, *BD* và *P* là giao điểm của hai đường thẳng *MN*, *AC*. Biết đường thẳng *AC* có phương trình x − y − 1 = 0, *M*(0; 4), *N*(2; 2) và hoành độ điểm *A* nhỏ hơn 2. Tọa độ các điểm *P*, *A* và *B*.

Lời giải:

Gọi *Q* là hình chiếu vuông góc của *A* lên *CD*. Ta chứng minh 3 điểm *M*,*N*,*Q* thẳng hàng. Thật vậy ta có:
$\widehat{MNB} = \widehat{MAB}$ (do tứ giác *AMBN* nội tiếp)
Mặt khác $\widehat{QND} = \widehat{QAD}$ (tứ giác *ANQD* nội tiếp).
Lại có: $\widehat{MAB} = \widehat{QAD}$ (do tứ giác *ABCD* nội tiếp) suy ra $\widehat{MNB} = \widehat{QND}$ hay 3 điểm *MNQ* thẳng hàng suy ra *AMCQ* là hình chữ nhật do có 3 góc vuông.
Gọi $A(t;t-1)$. Ta có tứ giác *AMCQ* là hình chữ nhật khi đó điểm *P* là trung điểm của *AC* và *MQ*.

Ta có : $MN: x+y-4=0$, suy ra $P\left(\dfrac{5}{2};\dfrac{3}{2}\right)$.



Ta có: $PM = PA = \dfrac{1}{2}AC$. Do vậy $2\left(t-\dfrac{5}{2}\right)^2 = \dfrac{25}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=5 \\ t=0 \end{array}\right.$

Do điểm *A* có hoành độ nhỏ hơn 2 do vậy $A(0;-1)$, suy ra $Q(5;-1)$; $C(5;4)$
Khi đó phương trình đường thẳng *CD*.
Lại có $CD: x=5 \Rightarrow BC: y=4$
Đường thẳng *BD* qua *N* và vuông góc với *AN* có phương trình là: $BD: 2x+3y-10=0$
Suy ra $B(-1;4)$.

Vậy $P\left(\dfrac{5}{2};\dfrac{3}{2}\right); A(0;-1); B(-1;4)$.

Câu IX: Điều kiện **:** $0 < x \le 2$

$3\log_3^2(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})-2\log_3((\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x}).2(\log_3(x)+1)+(1+\log_3 x)^2=0$

Đặt $\log_3(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})=a;\ \log_3(x)=b$

PT $\Leftrightarrow 3a^2-4a(b+1)+(b+1)^2=0 \Leftrightarrow (2a-b-1)^2=a^2$

$\Leftrightarrow (a-b-1)(3a-b-1)=0$

Xét hai trường hợp :

TH1: a = b hay $\log_3(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})=\log_3(x)+1$

$\Leftrightarrow \sqrt{2+x}+\sqrt{2-x}=3x$

$\Leftrightarrow 4+2\sqrt{4-x^2}=9x^2$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{4-x^2}=9x^2-4 \Leftrightarrow \begin{cases} 9x^2-4\geq 0 \\ 4(4-x^2)=81x^4-72x^2+16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2\geq \dfrac{4}{9} \\ 81x^4=68x^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \mathbf{x^2=\dfrac{68}{81}} \Leftrightarrow \mathbf{x=\dfrac{2\sqrt{17}}{9}}$ (vì $0<x\leq 2$)

TH2: 3a = b + 1

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x}\right)^3=3x$

Do $\left(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x}\right)^2=4+2\sqrt{4-x^2}\geq 4$ nên $\left(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x}\right)^3\geq 8>3x$

Do đó TH2 loại

Vậy phương trình có nghiệm là : $\mathbf{x=\dfrac{2\sqrt{17}}{9}}$

Câu X:

. Giả thiết $\Rightarrow (x+y+1)^2 = 4(\sqrt{x+2}+\sqrt{y+3})^2 \leq 4.2(x-2+y+3)$

(do $(a+b)^2\leq 2(a^2+b^2)$)

$\Leftrightarrow (x+y+1)^2\leq 8(x+y+1)$

$\Leftrightarrow (x+y+1)(x+y-7)\leq 0 \Leftrightarrow -1\leq x+y\leq 7$

$x+y=7 \Rightarrow \begin{cases} x+y=7 \\ x-2=y+3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=1 \end{cases}$. Vậy max (x + y) = 7 (đạt được khi x = 6 và y = 1)