



Bài toán: Xác định khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (P) : $d(O, (P))=?$

Cách 1: Phương pháp trực tiếp (dựng hình để xác định khoảng cách)

☞ Trường hợp 1: O là hình chiếu của $S \in (P)$ lên (Q) chứa O

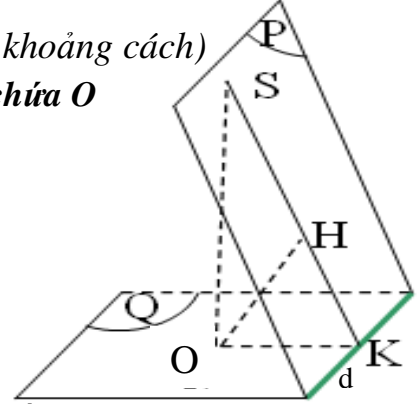
- Xác định giao tuyến d của (P) và (Q)

- Từ O , dựng $OK \perp d$ ($K \in d$)

- Từ O , dựng $OH \perp SK$ ($H \in SK$)

$\Rightarrow d(O, (P)) = OH$

(lưu ý phải chứng minh $OH \perp (P)$)



☞ Trường hợp 2: O là điểm bất kỳ (không phải hình chiếu của S lên (Q))

- **Bước 1:** Chọn điểm để tính khoảng cách

+ Tìm điểm M là hình chiếu của $S \in (P)$ lên (Q) chứa O

+ Xác định giao tuyến d của (P) và (Q)

+ Từ M , dựng $MK \perp d$ ($K \in d$)

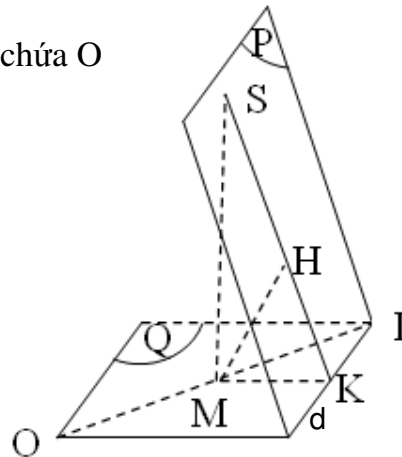
+ Từ M , dựng $MH \perp SK$ ($H \in SK$)

$\Rightarrow d(M, (P)) = MH$ (phải chứng minh $MH \perp (P)$)

- **Bước 2:** Suy ra khoảng cách cần tính

+ $OM \parallel (P) \Rightarrow d(O, (P)) = d(M, (P))$

+ OM cắt (P) tại $I \Rightarrow d(O, (P)) = \frac{IO}{IM} d(M, (P))$



Cách 2: Phương pháp thể tích (sử dụng công thức thể tích để tính khoảng cách)

- Chọn khối đa diện hợp lý (tạo bởi O và (P)) để tính thể tích: $V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot \text{cao}$

- Tính khoảng cách theo công thức: $d(O, (P)) = \frac{3V}{S}$

Cách 3: Phương pháp giải tích (chuyển bài toán sang tọa độ để tính khoảng cách)

- Chọn hệ trục $Oxyz$ gắn lên hình sao cho Ox, Oy, Oz vuông góc từng đôi một, trong đó mặt phẳng Oxy là mặt đáy của đa diện

- Tìm tọa độ các điểm cần thiết

- Viết phương trình mp (P) qua $(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

- Tính khoảng cách theo công thức: $d(M, (\alpha)) = \frac{|Ax_M + By_M + Cz_M + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

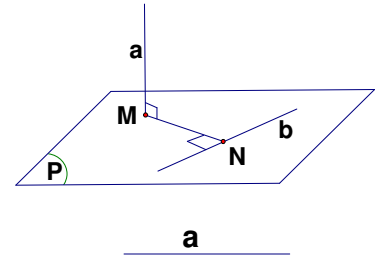
(tài liệu được biên soạn theo kinh nghiệm, không được sao chép)

**Bài toán: Xác định khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau a và b****Cách 1: Phương pháp trực tiếp (dựng hình để xác định khoảng cách)****Trường hợp 1:** a và b vuông góc với nhau

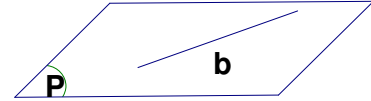
- Tìm hoặc dựng (P) chứa b và vuông góc a
- Từ giao điểm M của a và (P), dựng $MN \perp b$ ($N \in b$)

$$\Rightarrow d(a, b) = MN$$

(MN được gọi là đường vuông góc chung của a và b)

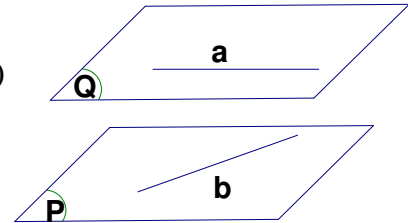
**Trường hợp 2:** a song song với mặt phẳng (P) chứa b

$$\begin{cases} (P) \supset b \\ (P) // a \end{cases} \Rightarrow d(a, b) = d(a, (P))$$

**Trường hợp 3:** a, b chứa trong hai mặt phẳng (P)//(Q)

(rất ít gặp)

$$\begin{cases} (P) \supset b \\ (Q) \supset a \\ (P) // (Q) \end{cases} \Rightarrow d(a, b) = d((P), (Q))$$

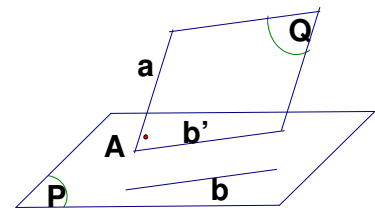
**Trường hợp 4:** a và b bất kỳ

(gặp trong đề đại học)

- Chọn (P) chứa b và cắt a tại A
- (thường (P) là mặt đáy hình chóp hoặc mặt bên lăng trụ)
- Từ A, dựng đường thẳng $b' // b$

$$\Rightarrow d(a, b) = d(b, (Q))$$

(với (Q) là mặt phẳng chứa a và b')

**Cách 2: Phương pháp giải tích (chuyển bài toán sang tọa độ để tính khoảng cách)**

- Chọn hệ trục Oxyz gắn lên hình sao cho Ox, Oy, Oz vuông góc từng đôi một, trong đó mặt phẳng Oxy là mặt đáy của đa diện

- Tìm tọa độ các điểm cần thiết

$$\text{- Tính khoảng cách theo công thức: } d(AB, MN) = \frac{|\overline{[AB, CD']} \cdot \overline{AC}|}{|\overline{[AB, CD']}|}$$

(tài liệu được biên soạn theo kinh nghiệm, không được sao chép)