

KIẾN THỨC CẦN NHỚ LÀM NHANH TRẮC NGHIỆM HÀM SỐ

Biên soạn: **Huỳnh Văn Lượng** (email: hvluong@hcm.vnn.vn)

Download tại website: www.huynhvantuanluong.com

0918.859.305 – 01234.444.305-0933.444.305-0996.113.305 -0963.105.305-0929.105.305 -0666.513.305

I. Hàm bậc ba: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)

a) Tính đơn điệu:

- Hàm số đồng biến hoặc nghịch biến trên $R \Leftrightarrow \Delta_{y'} \leq 0$ (tức $y' = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép)

- Hàm số đồng biến trên $R \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta_{y'} \leq 0 \end{cases}$

Trường hợp a có chứa tham số m phải xét $a = 0$

- Hàm số nghịch biến trên $R \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta_{y'} \leq 0 \end{cases}$

- Hàm số đồng biến khoảng $(m; n) \Leftrightarrow \begin{cases} y'(m) \geq 0 \\ y'(n) \geq 0 \end{cases}$ (nếu $a < 0$)

- Hàm số nghịch biến khoảng $(m; n) \Leftrightarrow \begin{cases} y'(m) \leq 0 \\ y'(n) \leq 0 \end{cases}$ (nếu $a > 0$)

- Hàm số đồng biến trên $D \Leftrightarrow y' \geq 0 \forall x \in D$

- Hàm số nghịch biến trên $D \Leftrightarrow y' \leq 0 \forall x \in D$

(lưu ý: $g(x) \leq m \forall x \in D \Leftrightarrow \underset{x \in D}{\text{Max}} g(x) \leq m$ và $g(x) \geq m \forall x \in D \Leftrightarrow \underset{x \in D}{\text{Min}} g(x) \geq m$)

b) Cực trị:

- Hàm số đạt cực đại tại $x = x_0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{x=x_0} < 0 \\ \frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{x=x_0+0.00001} > 0 \end{cases}$

- Hàm số đạt cực tiểu tại $x = x_0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{x=x_0} > 0 \\ \frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{x=x_0+0.00001} < 0 \end{cases}$

Nhập hàm số y và x_0 đề cho vào máy tính. Sau đó, bấm CALC, dò từng giá trị của m trong các đáp án, đáp án nào khác 0 ta loại đi, đáp án = 0 ta di chuyển con trỏ để +0.00001 thêm vào x_0 và bấm CALC để kiểm tra điều kiện thứ hai

- Hàm số có cực trị (CĐ, CT) $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta_{y'} > 0 \end{cases}$

- Hàm số có hai cực trị ở 2 phía đối với trục tung $\Leftrightarrow (a.c)_{y'} < 0$

- Hàm số không có cực trị $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta_{y'} \leq 0 \end{cases}$

Trường hợp a có chứa tham số m phải xét $a = 0$

c) Đồ thị và tương giao đường:

- Đồ thị luôn có tâm đối xứng (cho $y'' = 0$ tìm được x là hoành độ tâm đối xứng)

- Đồ thị không có trục đối xứng

- Tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất (hoặc lớn nhất) là tiếp tuyến tại điểm có x_0 là nghiệm $y'' = 0$

- Đồ thị cắt đường thẳng $y = m$ tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow y_{CT} < m < y_{CĐ}$

II. Hàm trùng phương: $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$)

a) Tính đơn điệu:

- Hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow ab < 0$

$$\text{- Hàm số có 2 cực tiểu và 1 cực đại} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \end{cases}$$

$$\text{- Hàm số có 2 cực đại và 1 cực tiểu} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$$

$$\text{- Hàm số có 1 cực trị} \Leftrightarrow ab \geq 0$$

$$\text{- Hàm số có 1 cực tiểu và 0 cực đại} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{- Hàm số có 1 cực đại và 0 cực tiểu} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b \leq 0 \end{cases}$$

c) Đồ thị và tương giao đường:

- Đồ thị luôn nhận Oy làm trục đối xứng

- Đồ thị không có tâm đối xứng

- Đồ thị cắt đường thẳng $y = m$ tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow y_{CT} < m < y_{CD}$

$$\text{- Phương trình } ax^4 + bx^2 + c = 0 \text{ có bốn nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ ab < 0 \\ ac > 0 \end{cases}$$

III. Hàm phân thức

a) Tiệm cận:

- Tiệm cận đứng: cho mẫu số bằng 0

- Tiệm cận ngang:

+ Bậc tử < bậc mẫu \Rightarrow TCN: $y = 0$

+ Bậc tử = bậc mẫu \Rightarrow TCN: $y = a/c$

+ Bậc tử > bậc mẫu \Rightarrow không có TCN

b) Tính đơn điệu:

- Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ đồng biến trên từng khoảng xác định $\Leftrightarrow ad-bc > 0$

- Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định $\Leftrightarrow ad-bc < 0$

- Hàm số đồng biến trên khoảng $(a; b) \Leftrightarrow y' > 0 \forall x \in (a; b)$

- Hàm số nghịch biến trên khoảng $(a; b) \Leftrightarrow y' < 0 \forall x \in (a; b)$

c) Đồ thị và tương giao đường:

- Đồ thị luôn có tâm đối xứng là giao điểm 2 tiệm cận

- Đồ thị không có trục đối xứng

- Số điểm có tọa độ nguyên trên đồ thị là số ước số của tử y'

- Chú ý: $\Delta: x = a \Rightarrow d(M, \Delta) = |x_M - a|$; $\Delta: y = b \Rightarrow d(M, \Delta) = |y_M - b|$

IV. Tiếp tuyến của đường cong:

- Tiếp tuyến tại điểm $M_0(x_0, y_0)$: $y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0$

+ Trục hoành (Ox): $y = 0$

+ Trục tung (Oy): $x = 0$

+ Tiếp tuyến có hệ số góc $k \Rightarrow y'(x_0) = k$

+ Tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = ax + b \Rightarrow y'(x_0) = a$

+ Tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = ax + b \Rightarrow y'(x_0) = -1/a$

+ Tiếp tuyến song song với trục Ox (hoặc vuông góc với Oy) $\Rightarrow y'(x_0) = 0$

+ Tiếp tuyến tạo với trục Ox góc $\alpha \Rightarrow y'(x_0) = \tan \alpha$

- Tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $A(x_A, y_A) \Rightarrow d: y = k(x - x_A) + y_A$

- Điều kiện tiếp xúc, ta có: $\begin{cases} y_C = y_d \\ y'_C = y'_d \end{cases}$