CÔNG THỨC HÌNH HỌC LỚP 12 VER 4.0 *(PHẦN TOẠ ĐỘ)*

(http://giaoan.violet.vn/present/show/entry_id/4707022 (bấm F5 nếu chưa thấy kết quả)*)*

Biên soạn: **Huỳnh Văn Lượng** (0918.859.305-01234.444.305)

Học sinh: ……………………………………………………………

1. VÉCTƠ:

a) Các tính chất:

- $\vec{a} = (x, y, z) \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
- $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A, z_B - z_A)$
- $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$
- Vectơ đơn vị trên Ox : $\vec{i} = (1;0;0)$
- Vectơ đơn vị trên Oy : $\vec{j} = (0;1;0)$
- Vectơ đơn vị trên Oz : $\vec{k} = (0;0;1)$

b) Tích các vectơ:

- ***Tích vô hướng***:
  - ✶ $\begin{cases} \vec{a} = (x, y, z) \\ \vec{b} = (x', y', z') \end{cases} \Rightarrow \vec{a}.\vec{b} = x.x' + y.y' + z.z'$
  - ✶ $\begin{cases} \vec{a} = (x, y, z) \\ \vec{b} = (x', y', z') \end{cases} \Rightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \dfrac{x.x' + y.y' + z.z'}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.\sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}}$
  - ✶ $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a}.\vec{b} = 0 \Leftrightarrow x.x' + y.y' + z.z' = 0$
- ***Tích hữu hướng***:
  - ✶ $\begin{cases} \vec{a} = (x, y, z) \\ \vec{b} = (x', y', z') \end{cases} \Rightarrow [\vec{a}, \vec{b}] = \left(\begin{vmatrix} y & z \\ y' & z' \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} z & x \\ z' & x' \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x & y' \\ x' & y' \end{vmatrix} \right)$
  - ✶ $\vec{a} // \vec{b} \Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$
  - ✶ $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}\left|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]\right|$
- ***Tích hỗn hợp***:
  - ✶ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ **đồng phẳng** $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}]\vec{c} = 0$
  - ✶ $V_{ABCD} = \dfrac{1}{6}\left|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]\overrightarrow{AD}\right|$

c) Chú ý:

- **Nếu I là trung điểm của AB thì** $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2} \\ z_I = \dfrac{z_A + z_B}{2} \end{cases}$
- **Nếu G là trọng tâm của ΔABC thì** $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_G = \dfrac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases}$
- **ABCD là hình bình hành** $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

2. MẶT CẦU:

- *Dạng 1*: **Mặt cầu (S) có tâm I(a,b,c) và bán kính R:** $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2= R^2$
- *Dạng 2*: **Mặt cầu (S):** $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0 \quad \Rightarrow \begin{cases} I(a,b,c) \\ R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} \end{cases}$

3. *MẶT PHẲNG*:

✍ ***Véctơ pháp tuyến của mặt phẳng*:**

✶ **Mặt phẳng Ax+By+Cz+D=0 có vectơ pháp tuyến** $\vec{n} = (A, B, C)$

✶ **Nếu có 2 VTCP** $\vec{u}, \vec{u'}$ **thì VTPT :** $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{u'}]$

✍ ***Phương trình mặt phẳng*:**

✶ **Mặt phẳng qua** $M_o(x_o, y_o, z_o)$ **và có vectơ pháp tuyến** $\vec{n} = (A, B, C)$ **:**

$$A(x-x_o) + B(y-y_o) + C(z-z_o) = 0$$

✶ **Mặt phẳng qua** $M_o(x_o, y_o, z_o)$ **và song song với mặt phẳng Ax+By+Cz+D=0:**

$$A(x-x_o) + B(y-y_o) + C(z-z_o) = 0$$

✶ **Mặt phẳng song song với Ax+By+Cz+D=0: Ax+By+Cz+m=0 (m≠D)**

✍ ***Vị trí tương đối của hai mặt phẳng*:** $\begin{cases} (\alpha): Ax + By + Cz + D = 0 \\ (\beta): A'x + B'y + C'z + D' = 0 \end{cases}$

✶ $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} = \frac{D}{D'} \Leftrightarrow (\alpha) \equiv (\beta)$

✶ $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'} \Leftrightarrow (\alpha) // (\beta)$

✶ **Ngoài hai trường trên:** (α) **cắt** (β)

✶ $A.A' + B.B' + C.C' = 0 \Leftrightarrow (\alpha) \perp (\beta)$

✍ ***Khoảng cách từ điểm M đến*** (α)**:** $d(M, (\alpha)) = \frac{|Ax_M + By_M + CZ_M + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

4.*ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN*:

✍ ***Véctơ chỉ phương của đường thẳng*:**

✶ $\vec{u}$ **được gọi là vectơ chỉ phương của đt** $\Delta \Leftrightarrow \vec{u} // \Delta$

✶ **Nếu có 2 VTPT** $\vec{n}, \vec{n'}$ **thì VTCP :** $\vec{u} = [\vec{n}, \vec{n'}]$

✍ ***Đường thẳng qua*** $M_o(x_o, y_o, z_o)$ ***và có vectơ chỉ phương*** $\vec{u} = (a, b, c)$

✶ **PTTS:** $\begin{cases} x = x_o + at \\ y = y_o + bt \\ z = z_o + ct \end{cases}$ ✶ **PTCT:** $\frac{x - x_o}{a} = \frac{y - y_o}{b} = \frac{z - z_o}{c}$

✍ ***Vị trí tương đối của hai đường thẳng:*** $\begin{cases} \Delta \text{ qua A và có VTCP } \vec{u} \\ \Delta' \text{ qua B và có VTCP } \vec{u'} \end{cases}$

✶ Δ **cắt** Δ' $\Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}, \vec{u'}] \neq \vec{0} \\ [\vec{u}, \vec{u'}].\overrightarrow{AB} = 0 \end{cases}$

✶ Δ **chéo** Δ' $\Leftrightarrow [\vec{u}, \vec{u'}].AB \neq 0$

✶ $\Delta // \Delta' \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}, \vec{u'}] = \vec{0} \\ A \notin \Delta' \end{cases}$ **hoặc** $\begin{cases} [\vec{u}, \vec{u'}] = \vec{0} \\ [\vec{u}, \overrightarrow{AB}] \neq \vec{0} \end{cases}$

✶ $\Delta \equiv \Delta' \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}, \vec{u'}] = \vec{0} \\ A \in \Delta' \end{cases}$ **hoặc** $\begin{cases} [\vec{u}, \vec{u'}] = \vec{0} \\ [\vec{u}, \overrightarrow{AB}] = \vec{0} \end{cases}$

✍ ***Khoảng cách:***

✶ **Khoảng cách từ điểm M đến (Δ):** $d(M, \Delta) = \frac{\left|[\overrightarrow{MA}, \vec{u}]\right|}{|\vec{u}|}$

✶ **Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau:** $d(\Delta, \Delta') = \frac{\left|[\vec{u}, \vec{u'}]\overrightarrow{AB}\right|}{\left|[\vec{u}, \vec{u'}]\right|}$