

THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN – MẶT TRÒN XOAY

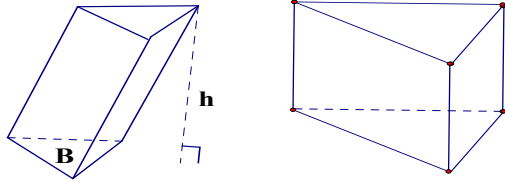
Download miễn phí tại Website: www.huynhvanluong.com

Biên soạn: Huỳnh Văn Lượng (0918.859.305-01234.444.305-0996.113.305-0929.105.305-0666.513.305)

-----oOo-----

I. THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

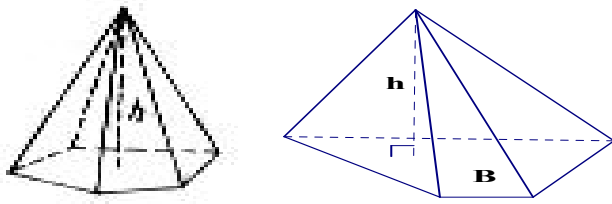
1. Thể tích khối lăng trụ:



$$V = B \cdot h = S_{\text{đáy}} \cdot \text{cao}$$

với $\begin{cases} B : \text{diện tích đáy} \\ h : \text{chiều cao} \end{cases}$

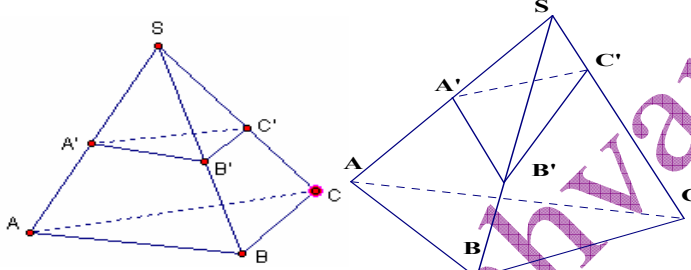
2. Thể tích khối chóp, tứ diện:



$$V = \frac{1}{3} B h = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot \text{cao}$$

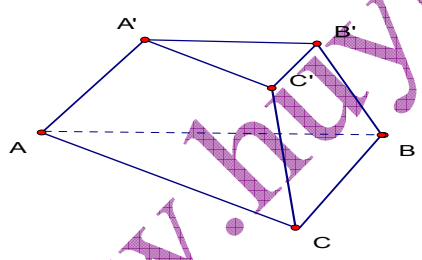
với $\begin{cases} B : \text{diện tích đáy} \\ h : \text{chiều cao} \end{cases}$

3. Tỷ số thể tích tứ diện (khối chóp tam giác): Cho khối chóp S.ABC (hoặc tứ diện SABC) và A', B', C' là các điểm tùy ý lần lượt thuộc SA, SB, SC ta có:



$$\frac{V_{SABC}}{V_{SA'B'C'}} = \frac{SA}{SA'} \cdot \frac{SB}{SB'} \cdot \frac{SC}{SC'}$$

4. Thể tích khối chóp cụt:



$$V = \frac{h}{3} (B + B' + \sqrt{BB'})$$

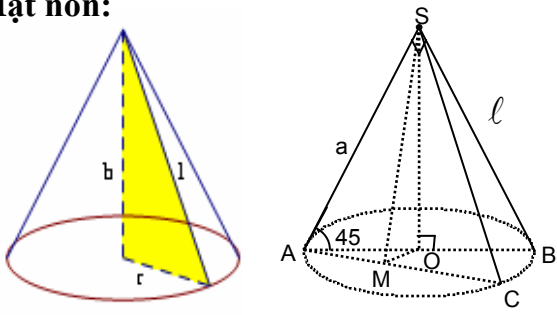
với $\begin{cases} B, B' : \text{diện tích hai đáy} \\ h : \text{chiều cao} \end{cases}$

Chú ý: 1/ Lăng trụ đều là lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều.

2/ Hình chóp đều là hình chóp có đáy là đa giác đều và các cạnh bên đều bằng nhau (hoặc có đáy là đa giác đều, hình chiếu của đỉnh trùng với tâm của đáy).

II. MẶT TRÒN XOAY

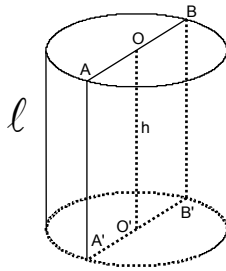
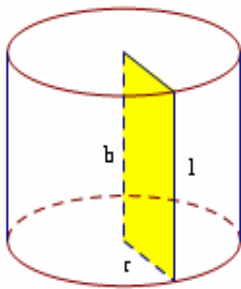
1. Mặt nón:



- ★ $S_{xq} = \pi r \cdot l$
- ★ $S_{tp} = S_{xq} + S_{\text{đáy}} = \pi r \cdot l + \pi r^2$
- ★ $V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$

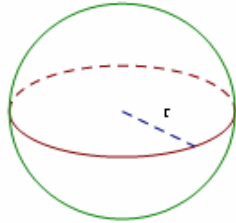
(l: đường sinh: $l = \sqrt{h^2 + r^2}$)

2. Mặt trụ:



- ★ $S_{xq} = 2\pi r \cdot h$
- ★ $S_{tp} = S_{xq} + 2 \cdot S_{\text{đáy}} = 2\pi r \cdot h + 2\pi r^2$
- ★ $V = \pi r^2 \cdot h$
(đường sinh $l = \text{độ cao } h$)

3. Mặt cầu:



- ★ $S = 4\pi r^2;$
- ★ $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

4. Mặt cầu ngoại tiếp khối đa diện:

✍ Hình chóp $S.ABCD$ có $IA = IB = IC = ID = IS$: tâm I và bán kính $R = IS$

✍ Hình chóp bất kỳ có đỉnh là S

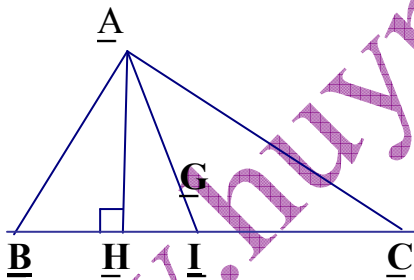
- Vẽ d là trục của đường tròn ngoại tiếp mặt đáy (d qua tâm và vuông góc đáy)
- Vẽ mặt phẳng trung trực (α) của một cạnh bên
- d cắt (α) tại I thì I là tâm và $R = SI$ là bán kính của mặt cầu

✍ Tứ diện có hai đỉnh cùng nhìn một đoạn thẳng dưới góc vuông: Tứ diện $ABCD$ có $\angle ABD = \angle ACD = 90^\circ$ thì tâm I là trung điểm của AD và bán kính $R = IA$.

TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA MỘT SỐ HÌNH:

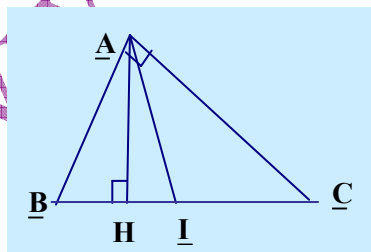
1. Tam giác

✍ Tam giác bất kỳ



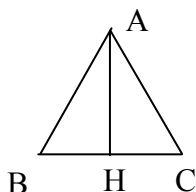
- ★ $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} AH \cdot BC$
- ★ $S = \sqrt{p(p - AB)(p - BC)(p - AC)}$
- ★ $AG = \frac{2}{3} AI$ (G trọng tâm, I là trung điểm BC)

✍ Tam giác vuông:



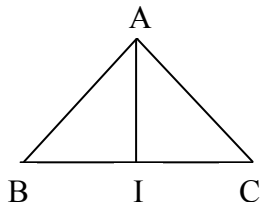
- ★ $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}; BA^2 = BH \cdot BC$
- ★ $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (Pitago)
- ★ $IA = IB = IC = \frac{1}{2} BC$ (I là trung điểm BC)
- ★ $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC$

✍ Tam giác đều cạnh a :



- ★ Đường cao: $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$
- ★ Diện tích: $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

✎ Tam giác cân tại A:



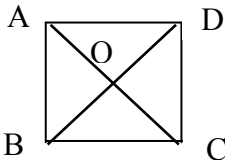
★ $AB = AC$

★ AI: trung tuyến, vừa là đường cao, phân giác.

★ $S = \frac{1}{2} AI \cdot BC$

2. Tứ giác

✎ Hình vuông cạnh a:

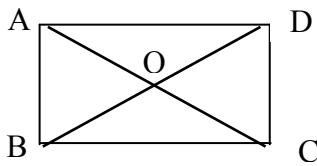


★ Đường chéo: $AC = BD = a\sqrt{2}$

★ Diện tích: $S = a^2 = \text{cạnh} \times \text{cạnh}$

★ $AC \perp BD; OA = OB = OC = OD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

✎ Hình chữ nhật:

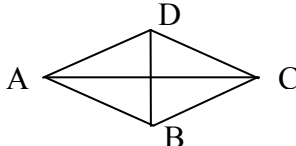


★ Đường chéo: $AC = BD = \sqrt{AB^2 + AD^2}$

★ Diện tích: $S = AB \cdot AD = \text{dài} \times \text{rộng}$

★ $OA = OB = OC = OD$

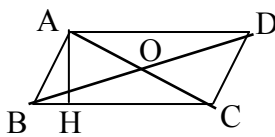
✎ Hình thoi:



★ $S = \frac{1}{2} AC \cdot BD$

★ $AC \perp BD; OA = OC, OB = OD$

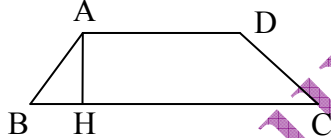
✎ Hình bình hành:



★ $S = \frac{1}{2} AH \cdot BC$

★ $OA = OC, OB = OD$

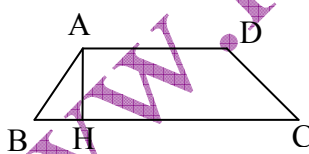
✎ Hình thang:



★ Đáy: $AD \parallel BC$

★ $S = \frac{1}{2} (AD + BC) \cdot AH$

✎ Hình thang cân:

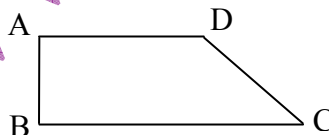


★ Đáy: $AD \parallel BC$, cạnh bên: $AB = CD$

★ Đường chéo: $AC = BD$

★ $S = \frac{1}{2} (AD + BC) \cdot AH$

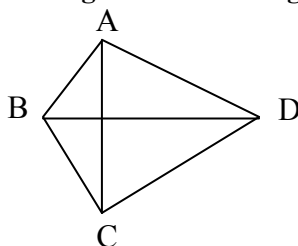
✎ Hình thang vuông:



★ Đáy: $AD \parallel BC$, $AB \perp BC$

★ $S = \frac{1}{2} (AD + BC) \cdot AB$

✎ Tứ giác có hai đường chéo vuông góc:

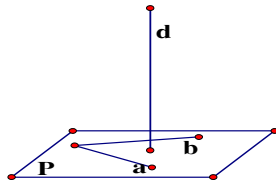


★ $AC \perp BD$

★ $S = \frac{1}{2} AC \cdot BD$

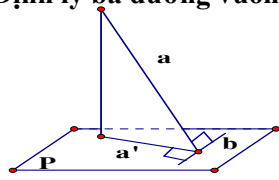
MỘT SỐ TÍNH CHẤT VỀ QUAN HỆ VUÔNG GÓC

☞ **Chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng:** Để chứng minh đường thẳng d vuông góc với $mp(P)$, ta chứng minh d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau a và b cùng nằm trong $mp(P)$.



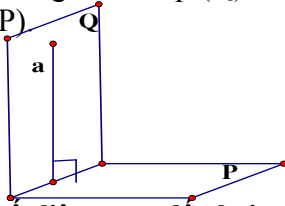
$$\begin{cases} d \perp a, d \perp b \\ a, b \subset mp(P) \Rightarrow d \perp mp(P) \\ a, b \text{ cắt nhau} \end{cases}$$

☞ **Định lý ba đường vuông góc:** Đường thẳng a không vuông góc với $mp(P)$ và đường thẳng b nằm trong (P) . Khi đó: $b \perp a \Leftrightarrow b \perp a'$ với a' là hình chiếu của a trên (P) .



☞ **Chứng minh hai mặt phẳng vuông góc:**

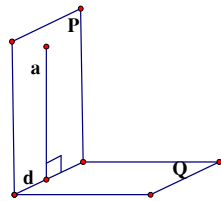
Để chứng minh $mp(Q)$ vuông góc với $mp(P)$, ta chứng minh trong (Q) có một đường thẳng a vuông góc $mp(P)$.



$$\begin{cases} a \perp mp(P) \\ a \subset mp(Q) \end{cases} \Rightarrow mp(Q) \perp mp(P)$$

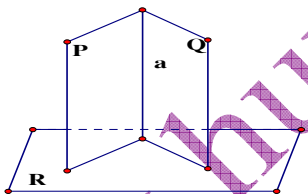
☞ **Tính chất liên quan đến hai mặt phẳng vuông góc:**

* Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau thì bất cứ đường thẳng a nào nằm trong (P) và vuông góc với giao tuyến của (P) và (Q) đều vuông góc với mặt phẳng (Q) .



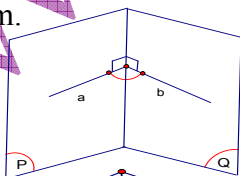
$$\begin{cases} (P) \perp (Q) \\ (P) \cap (Q) = d \Rightarrow a \perp (Q) \\ a \subset (P), a \perp d \end{cases}$$

* Nếu hai mặt phẳng cắt nhau và cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì giao tuyến của chúng vuông góc với mặt phẳng thứ ba.

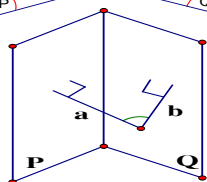


$$\begin{cases} (P) \cap (Q) = a \\ (P) \perp (R) \\ (Q) \perp (R) \end{cases} \Rightarrow a \perp (R)$$

☞ **Góc giữa hai mặt phẳng:** là góc giữa hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng. Hoặc là góc giữa 2 đường thẳng nằm trong 2 mặt phẳng cùng vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng tại 1 điểm.

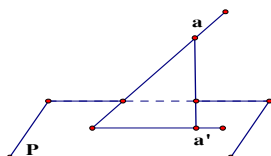


$$\begin{cases} (P) \cap (Q) = d \\ a \subset (P), a \perp d \Rightarrow ((P), (Q)) = (a, b) \\ b \subset (Q), b \perp d \end{cases}$$



$$\begin{cases} a \perp (P) \\ b \perp (Q) \end{cases} \Rightarrow ((P), (Q)) = (a, b)$$

☞ **Góc giữa đường thẳng a với mặt phẳng (P) :** là góc giữa a và hình chiếu a' của nó trên $mp(P)$



$$(a, (P)) = (a, a')$$