ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 1)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I (*2 điểm*) Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ (C)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C).
2) Tìm trên đường thẳng (d): y = 2 các điểm mà từ đó có thể kẻ được ba tiếp tuyến đến đồ thị (C).

Câu II (*2 điểm*)

1) Giải phương trình: $\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} = 3x + 2\sqrt{2x^2+5x+3} - 16$.

2) Giải phương trình: $2\sqrt{2}\cos 2x + \sin 2x \cos\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) - 4\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$.

Câu III ***(1 điểm)*** Tính tích phân: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^4 x + \cos^4 x)(\sin^6 x + \cos^6 x)dx$.

Câu IV ***(2 điểm)*** Cho hình chóp S.ABC, đáy ABC là tam giác vuông tại B có AB = a, BC = a$\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), SA = 2a. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A trên các cạnh SB và SC. Tính thể tích của khối chóp A.BCNM.

Câu V ***(1 điểm)*** Cho a, b, c, d là các số dương. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{a^4+b^4+c^4+abcd} + \frac{1}{b^4+c^4+d^4+abcd} + \frac{1}{c^4+d^4+a^4+abcd} + \frac{1}{d^4+a^4+b^4+abcd} \le \frac{1}{abcd}$$

II. PHẦN RIÊNG *(3,0 điểm)*

A. Theo chương trình chuẩn.

Câu VI.a ***(2 điểm)***

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, gọi A, B là các giao điểm của đường thẳng (d): 2x – y – 5 = 0 và đường tròn (C’): $x^2 + y^2 - 20x + 50 = 0$. Hãy viết phương trình đường tròn (C) đi qua ba điểm A, B, C(1; 1).
2) Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm A(4; 5; 6). Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A, cắt các trục tọa độ lần lượt tại I, J, K mà A là trực tâm của tam giác IJK.

Câu VII.a ***(1 điểm)*** Chứng minh rằng nếu $a + bi = (c + di)^n$ thì $a^2 + b^2 = (c^2 + d^2)^n$.

B. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b ***(2 điểm)***

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{3}{2}$, A(2; –3), B(3; –2), trọng tâm của ΔABC nằm trên đường thẳng (d): 3x – y –8 = 0. Viết phương trình đường tròn đi qua 3 điểm A, B, C.
2) Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho bốn điểm A(4;5;6); B(0;0;1); C(0;2;0); D(3;0;0). Chứng minh các đường thẳng AB và CD chéo nhau. Viết phương trình đường thẳng (D) vuông góc với mặt phẳng Oxy và cắt các đường thẳng AB, CD.

Câu VII.b ***(1 điểm)*** Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \log_4(x^2+y^2) - \log_4(2x) + 1 = \log_4(x+3y) \\ \log_4(xy+1) - \log_4(4y^2+2y-2x+4) = \log_4\left(\frac{x}{y}\right) - 1 \end{cases}$

www.huynhvanluong.com

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 2)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I. (2đ): Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 9x - 7$ có đồ thị (C_m).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số khi $m = 0$.
2. Tìm m để (C_m) cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng.

Câu II. (2đ):

1. Giải phương trình: $\sin^2 3x - \cos^2 4x = \sin^2 5x - \cos^2 6x$
2. Giải bất phương trình: $\dfrac{2^{1-x} - 2^x + 1}{2^x - 1} \geq 0$

Câu III. (1đ) Tính giới hạn sau: $A = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt[3]{x+7} - \sqrt{5-x^2}}{x-1}$

Câu IV (1đ): Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật; SA ⊥ (ABCD); AB = SA = 1; $AD = \sqrt{2}$**.** Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và SC; I là giao điểm của BM và AC. Tính thể tích khối tứ diện ANIB.

Câu V (1đ): Biết $(x; y)$ là nghiệm của bất phương trình: $5x^2 + 5y^2 - 5x - 15y + 8 \leq 0$. Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F = x + 3y$.

II. PHẦN TỰ CHỌN (3đ)

A. Theo chương trình chuẩn:

Câu VI.a (2đ)

1. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho elip (E): $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{16} = 1$. A, B là các điểm trên (E) sao cho: $AF_1 + BF_2 = 8$, với $F_1;F_2$ là các tiêu điểm. Tính $AF_2 + BF_1$.
2. Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho mặt phẳng (α): $2x - y - z - 5 = 0$ và điểm $A(2;3;-1)$. Tìm toạ độ điểm B đối xứng với A qua mặt phẳng (α).

Câu VIIa. (1đ): Giải phương trình: $\dfrac{3}{2}\log_{\frac{1}{4}}(x+2)^2 - 3 = \log_{\frac{1}{4}}(4-x)^3 + \log_{\frac{1}{4}}(x+6)^3$

B. Theo chương trình nâng cao:

Câu VI.b (2đ)

1. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, viết phương trình đường tròn đi qua $A(2;-1)$ và tiếp xúc với các trục toạ độ.
2. Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-2}{3}$ và mặt phẳng P: $x - y - z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1;1;-2)$, song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d.

Câu VII.b (1đ) Cho hàm số: $y = \dfrac{mx^2 + (m^2+1)x + 4m^3 + m}{x + m}$ có đồ thị (C_m).

Tìm m để một điểm cực trị của (C_m) thuộc góc phần tư thứ I, một điểm cực trị của (C_m) thuộc góc phần tư thứ III của hệ toạ độ Oxy.

www.huynhvanluong.com

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 3)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I: (*2 điểm*) Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có đồ thị (C).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C).
2. Tìm hai điểm A, B thuộc đồ thị (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A và B song song với nhau và độ dài đoạn AB = $4\sqrt{2}$.

Câu II: (2 *điểm*)

1. Giải phương trình: $\frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x+3) + \frac{1}{4}\log_4(x-1)^8 = 3\log_8(4x)$.
2. Tìm nghiệm trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ của phương trình:

$$4\sin^2\left(\pi - \frac{x}{2}\right) - \sqrt{3}\sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = 1 + 2\cos^2\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)$$

Câu III: *(1 điểm)* Cho hàm số *f(x)* liên tục trên R và $f(x) + f(-x) = \cos^4 x$ với mọi x$\in$R.

Tính: $I = \int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$.

Câu IV: (*1 điểm*) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là một hình vuông tâm O. Các mặt bên (SAB) và (SAD) vuông góc với đáy (ABCD). Cho AB = a, SA = a$\sqrt{2}$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A trên SB, SD .Tính thể tích khối chóp O.AHK.

Câu V: (*1 điểm*) Cho bốn số dương a, b, c, d thoả mãn a + b + c + d = 4 .

Chứng minh rằng: $\frac{a}{1+b^2c} + \frac{b}{1+c^2d} + \frac{c}{1+d^2a} + \frac{d}{1+a^2b} \geq 2$

II. PHẦN RIÊNG *(3 điểm)*

A. Theo chương trình chuẩn.

Câu VI.a: *(2 điểm)*

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{3}{2}$, A(2;–3), B(3;–2). Tìm toạ độ điểm C, biết điểm C nằm trên đường thẳng (d): 3x – y – 4 = 0.

2) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm A(2;4;1),B(–1;1;3) và mặt phẳng (P): x – 3y + 2z – 5 = 0. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P).

Câu VII.a: *(1 điểm)* Tìm các số thực b, c để phương trình $z^2 + bz + c = 0$ nhận số phức $z = 1 + i$ làm một nghiệm.

B. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b: *(2 điểm)*

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có trọng tâm G(–2, 0) và phương trình các cạnh AB, AC theo thứ tự là: 4x + y + 14 = 0; $2x + 5y - 2 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho các điểm A(2,0,0); B(0,4,0); C(2,4,6) và đường thẳng (d) $\begin{cases} 6x - 3y + 2z = 0 \\ 6x + 3y + 2z - 24 = 0 \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng Δ // (d) và cắt các đường thẳng AB, OC.

Câu VII.b: (*1 điểm)* Giải phương trình sau trong tập số phức: $z^4 - z^3 + 6z^2 - 8z - 16 = 0$.

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 4)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I (2.0 điểm). Cho hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$, có đồ thị (C).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C).
2. Tìm m để phương trình $|x^4 - 5x^2 + 4| = \log_2 m$ có 6 nghiệm.

Câu II (2.0 điểm).

1. Giải phương trình: $\sin 2x + \sin x - \dfrac{1}{2\sin x} - \dfrac{1}{\sin 2x} = 2\cot 2x$ (1)
2. Tìm m để phương trình sau có nghiệm x $\in \left[0; 1+\sqrt{3}\right]$:

$$m\left(\sqrt{x^2 - 2x + 2} + 1\right) + x(2 - x) \le 0 \qquad (2)$$

Câu III (1.0 điểm). Tính $I = \displaystyle\int_0^4 \frac{\sqrt{2x+1}}{1+\sqrt{2x+1}}dx$

Câu IV (1.0 điểm). Cho lăng trụ đứng ABC.$A_1B_1C_1$ có AB = a, AC = 2a, $AA_1 = 2a\sqrt{5}$ và $\widehat{BAC} = 120^o$. Gọi M là trung điểm của cạnh CC_1. Chứng minh MB ⊥ MA_1 và tính khoảng cách d từ điểm A tới mặt phẳng (A_1BM).

Câu V (1.0 điểm). Cho x, y, z là các số dương. Chứng minh: $3x + 2y + 4z \ge \sqrt{xy} + 3\sqrt{yz} + 5\sqrt{zx}$

II. PHẦN RIÊNG (3.0 điểm)

A. Theo chương trình Chuẩn.

Câu VI.a. (2.0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm $B(-1; \sqrt{3}; 0)$, $C(1; \sqrt{3}; 0)$, $M(0; 0; a)$ với a > 0. Trên trục Oz lấy điểm N sao cho mặt phẳng (NBC) vuông góc với mặt phẳng (MBC).

1. Cho $a = \sqrt{3}$. Tìm góc α giữa mặt phẳng (NBC) và mặt phẳng (OBC).
2. Tìm a để thể tích của khối chóp BCMN nhỏ nhất

Câu VII.a. (1.0 điểm). Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x + \sqrt{x^2 - 2x + 2} = 3^{y-1} + 1 \\ y + \sqrt{y^2 - 2y + 2} = 3^{x-1} + 1 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$

B. Theo chương trình Nâng cao.

Câu VI.b. (2.0 điểm). Trong không gian Oxyz cho hai điểm A (–1; 3; –2), B (–3; 7; –18) và mặt phẳng (P): 2x – y + z + 1 = 0

1. Viết phương trình mặt phẳng chứa AB và vuông góc với mp (P).
2. Tìm tọa độ điểm M ∈ (P) sao cho MA + MB nhỏ nhất.

Câu VII. b. (1.0 điểm). Giải bất phương trình: $(\log_x 8 + \log_4 x^2)\log_2 \sqrt{2x} \ge 0$

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 5)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I (2 điểm) Cho hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số .
2. Với điểm M bất kỳ thuộc đồ thị (C) tiếp tuyến tại M cắt 2 tiệm cận tại Avà B. Gọi I là giao điểm hai tiệm cận . Tìm vị trí của M để chu vi tam giác IAB đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu II (2 điểm)

1. Giải phương trình: $\dfrac{3\sin 2x - 2\sin x}{\sin 2x.\cos x} = 2$ (1)
2. Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x^4 - 4x^2 + y^2 - 6y + 9 = 0 \\ x^2 y + x^2 + 2y - 22 = 0 \end{cases}$ (2)

Câu III (1 điểm) Tính tích phân sau: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin^2 x}.\sin x.\cos^3 x.\, dx$

Câu IV (1 điểm) Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh bên bằng a, mặt bên hợp với đáy góc α. Tìm α để thể tích của khối chóp đạt giá trị lớn nhất.

Câu V (1 điểm) Cho x, y, z là các số dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \sqrt[3]{4(x^3+y^3)} + \sqrt[3]{4(x^3+z^3)} + \sqrt[3]{4(z^3+x^3)} + 2\left(\frac{x}{y^2} + \frac{y}{z^2} + \frac{z}{x^2}\right)$$

II. PHẦN RIÊNG (3 điểm)

A. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có tâm $I(\frac{1}{2}; 0)$. Đường thẳng chứa cạnh AB có phương trình x – 2y + 2 = 0, AB = 2AD. Tìm toạ độ các đỉnh A, B, C, D, biết đỉnh A có hoành độ âm .
2. Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho 2 đường thẳng (d_1) và (d_2) có phương trình: $(d_1); \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z-2}{1}$; $(d_2): \dfrac{x-4}{6} = \dfrac{y-1}{9} = \dfrac{z-3}{3}$.

   Lập phương trình mặt phẳng (P) chứa (d_1) và (d_2) .

Câu VII.a (1 điểm) Tìm m để phương trình sau có 2 nghiệm phân biệt :

$$10x^2 + 8x + 4 = m(2x+1).\sqrt{x^2+1} \qquad (3)$$

B. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho hình vuông ABCD biết M(2;1); N(4; –2); P(2;0); Q(1;2) lần lượt thuộc cạnh AB, BC, CD, AD. Hãy lập phương trình các cạnh của hình vuông.
2. Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho 2 đường thẳng (Δ) và (Δ′) có phương trình: $(\Delta): \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 4 \end{cases}$; $(\Delta'): \begin{cases} x = -2 + 2t' \\ y = 2t' \\ z = 2 + 4t' \end{cases}$

   Viết phương trình đường vuông góc chung của (Δ) và (Δ′).

Câu VII.b (1 điểm) Giải và biện luận phương trình:

$$|mx+1|.(m^2x^2 + 2mx + 2) = x^3 - 3x^2 + 4x - 2 \qquad (4)$$

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 6)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu 1 (2 điểm)**:** Cho hàm số $y = x^3 - 3x \quad (1)$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).
2) Chứng minh rằng khi m thay đổi, đường thẳng (d): y = m(x +1) + 2 luôn cắt đồ thị (C) tại một điểm M cố định và xác định các giá trị của m để (d) cắt (C) tại 3 điểm phân biệt M, N, P sao cho tiếp tuyến với đồ thị (C) tại N và P vuông góc với nhau.

Câu 2 (2 điểm)**:**

1) Giải phương trình: $5.3^{2x-1} - 7.3^{x-1} + \sqrt{1 - 6.3^x + 9^{x+1}} = 0 \quad (1)$
2) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ phương trình sau có 2 nghiệm phân biệt:

$$\begin{cases} \log_{\sqrt{3}}(x+1) - \log_{\sqrt{3}}(x-1) > \log_3 4 & (a) \\ \log_2(x^2 - 2x + 5) - m\log_{(x^2-2x+5)} 2 = 5 & (b) \end{cases} \quad (2)$$

Câu 3 (1 điểm)**:** Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3 = 9z^2 - 27(z-1) & (a) \\ y^3 = 9x^2 - 27(x-1) & (b) \\ z^3 = 9y^2 - 27(y-1) & (c) \end{cases} \quad (3)$

Câu 4 (1 điểm)**:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật, AB =2a, BC= a, các cạnh bên của hình chóp bằng nhau và bằng $a\sqrt{2}$. Gọi M, N tương ứng là trung điểm của các cạnh AB, CD; K là điểm trên cạnh AD sao cho $AK = \dfrac{a}{3}$. Hãy tính khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và SK theo a.

Câu 5 (1 điểm) Cho các số a, b, c > 0 thoả mãn: a + b + c =1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $T = \dfrac{a}{\sqrt{1-a}} + \dfrac{b}{\sqrt{1-b}} + \dfrac{c}{\sqrt{1-c}}$.

II. PHẦN RIÊNG (3 điểm)

A. Theo chương trình chuẩn

Câu 6a (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho điểm A(0; 2) và đường thẳng d: x – 2y + 2 = 0. Tìm trên d hai điểm B, C sao cho tam giác ABC vuông tại B và AB = 2BC.
2) Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ và mặt phẳng (P): 2x – y + 2z – 14 = 0. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính bằng 3.

Câu 7a (1 điểm) Tìm các số thực a, b, c để có: $z^3 - 2(1+i)z^2 + 4(1+i)z - 8i = (z - ai)(z^2 + bz + c)$

Từ đó giải phương trình: $z^3 - 2(1+i)z^2 + 4(1+i)z - 8i = 0$ trên tập số phức.

Tìm môđun của các nghiệm đó.

B. Theo chương trình nâng cao

Câu 6b (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$. Tìm điểm M thuộc trục tung sao cho qua M kẻ được hai tiếp tuyến của (C) mà góc giữa hai tiếp tuyến đó bằng 60^0.
2) Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho hai đường thẳng:

(d_1) : $\{x = 2t;\ y = t;\ z = 4$; $\qquad (d_2)$: $\{x = 3 - t;\ y = t;\ z = 0$

Chứng minh (d_1) và (d_2) chéo nhau. Viết phương trình mặt cầu (S) có đường kính là đoạn vuông góc chung của (d_1) và (d_2).

Câu 7b (1 điểm) Cho số thực b ≥ ln2. Tính J = $\int_b^{\ln 10}\frac{e^x dx}{\sqrt[3]{e^x-2}}$ và tìm $\lim\limits_{b\to \ln 2} J$.

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 7)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I (2 điểm)**:** Cho hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4$ có đồ thị là (C_m).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C_1) của hàm số trên khi m = 1.

2) Cho (d) là đường thẳng có phương trình y = x + 4 và điểm K(1; 3). Tìm các giá trị của tham số m sao cho (d) cắt (C_m) tại ba điểm phân biệt A(0; 4), B, C sao cho tam giác KBC có diện tích bằng $8\sqrt{2}$.

Câu II (2 điểm)**:**

1) Giải phương trình: $\cos 2x + 5 = 2(2-\cos x)(\sin x - \cos x)$ (1)

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 8x^3y^3 + 27 = 18y^3 \\ 4x^2y + 6x = y^2 \end{cases}$ (2)

Câu III (1 điểm)**:** Tính tích phân: I = $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \sqrt{\sin^2 x + \frac{1}{2}}\, dx$

Câu IV (1 điểm)**:** Cho hình chóp S.ABC có góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ACB) bằng 60^0, ABC và SBC là các tam giác đều cạnh a. Tính khoảng cách từ B đến mp(SAC).

Câu V (1 điểm) Tìm các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình sau có nghiệm thực:

$$9^{1+\sqrt{1-x^2}} - (m+2)3^{1+\sqrt{1-x^2}} + 2m + 1 = 0 \quad (3)$$

II. PHẦN RIÊNG (3 điểm)

A. Theo chương trình chuẩn:

Câu VIa (2 điểm)**:**

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$ và đường thẳng d: x + y + m = 0. Tìm m để trên đường thẳng d có duy nhất một điểm A mà từ đó kẻ được hai tiếp tuyến AB, AC tới đường tròn (C) (B, C là hai tiếp điểm) sao cho tam giác ABC vuông.

2) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm A(10; 2; –1) và đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{3}$. Lập phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, song song với d và khoảng cách từ d tới (P) là lớn nhất.

Câu VIIa (1 điểm)**:** Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn abc = 1. Chứng minh rằng:

$$\frac{4a^3}{(1+b)(1+c)} + \frac{4b^3}{(1+c)(1+a)} + \frac{4c^3}{(1+a)(1+b)} \geq 3 \quad (4)$$

B. Theo chương trình nâng cao:

Câu VIb (2 điểm)**:**

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, **c**ho điểm A(2;–3), B(3;–2), tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{3}{2}$; trọng tâm G của ΔABC nằm trên đường thẳng (d): 3x – y – 8 = 0. Tìm bán kính đường tròn nội tiếp Δ ABC.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho đường thẳng (d) là giao tuyến của 2 mặt phẳng (P): 2x – 2y – z + 1 = 0, (Q): x + 2y – 2z – 4 = 0 và mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + m = 0$. Tìm m để (S) cắt (d) tại 2 điểm M, N sao cho độ dài MN = 8.

Câu VIIb (1 điểm): Giải hệ phương trình : $\begin{cases} \log_2(x^2+y^2) = 1 + \log_2(xy) \\ 3^{x^2-xy+y^2} = 81 \end{cases}$ (x, y ∈ R)

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 8)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I: (2 điểm) Cho hàm số $f(x)=x^4+2(m-2)x^2+m^2-5m+5$ (C_m)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số với m = 1
2) Tìm m để (C_m) có các điểm cực đại, cực tiểu tạo thành 1 tam giác vuông cân.

Câu II: (2 điểm)

1) Giải bất phương trình sau trên tập số thực: $\dfrac{1}{\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}}\le\dfrac{1}{\sqrt{5-2x}}$ (1)

2) Tìm các nghiệm thực của phương trình sau thoả mãn $1+\log_{\frac{1}{3}}x\ge 0$:

$$\sin x.\tan 2x+\sqrt{3}(\sin x-\sqrt{3}\tan 2x)=3\sqrt{3} \quad (2)$$

Câu III: (1 điểm) Tính tích phân sau: $I=\int_0^1\left(\sqrt{\dfrac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}}-2x\ln(1+x)\right)dx$

Câu IV: (1 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi với $\widehat{A}=120^0$, BD = a >0. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và đáy bằng 60^0. Một mặt phẳng (α) đi qua BD và vuông góc với cạnh SC. Tính tỉ số thể tích giữa hai phần của hình chóp do mặt phẳng (α) tạo ra khi cắt hình chóp.

Câu V: (1 điểm) Cho ba số thực dương a, b, c thoả mãn $abc+a+c=b$. Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P=\dfrac{2}{a^2+1}-\dfrac{2}{b^2+1}+\dfrac{3}{c^2+1}$ (3)

II. PHẦN RIÊNG *(3 điểm)*

A. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a: (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, **c**ho tam giác ABC cân, cạnh đáy BC có phương trình d_1: $x+y+1=0$. Phương trình đường cao vẽ từ B là d_2: $x-2y-2=0$. Điểm M(2; 1) thuộc đường cao vẽ từ C. Viết phương trình các cạnh bên của tam giác ABC.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, **v**iết phương trình đường thẳng (d) đi qua M(1;1;1), cắt đường thẳng $(d_1):\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-2}$ và vuông góc với đường thẳng $(d_2):x=-2+2t;\ y=-5t;\ z=2+t\ \ (t\in R)$.

Câu VII.a: (1 điểm) Giải phương trình: $C_n^1+3C_n^2+7C_n^3+...+(2^n-1)C_n^n=3^{2n}-2^n-6480$

B. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b: (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho Elip (E): $x^2+5y^2=5$, Parabol $(P):x=10y^2$. Hãy viết phương trình đường tròn có tâm thuộc đường thẳng $(\Delta):x+3y-6=0$, đồng thời tiếp xúc với trục hoành Ox và cát tuyến chung của Elip (E) với Parabol (P).

2) Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, viết phương trình đường thẳng (d) vuông góc với mặt phẳng (P): $x+y+z-1=0$ đồng thời cắt cả hai đường thẳng $(d_1):\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{1}$ và $(d_2):x=-1+t;y=-1;z=-t$, với $t\in R$.

Câu VII.b: (1 điểm) Giải hệ phương trình sau trên tập số thực: $\begin{cases}x^2=1+6\log_4 y & (a)\\ y^2=2^x y+2^{2x+1} & (b)\end{cases}$. (4)

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 9)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I (2 điểm) Cho hàm số $y = x^3 + (1 – 2m)x^2 + (2 – m)x + m + 2$ (m là tham số) (1)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 2.

2) Tìm các giá trị của m để đồ thị hàm số (1) có điểm cực đại, điểm cực tiểu, đồng thời hoành độ của điểm cực tiểu nhỏ hơn 1.

Câu II (2 điểm)

1) Giải phương trình: $\cos 3x\cos^3 x - \sin 3x\sin^3 x = \dfrac{2+3\sqrt{2}}{8}$ (1)

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+1+y(y+x)=4y \\ (x^2+1)(y+x-2)=y \end{cases}$ $(x, y \in \mathbb{R})$ (2)

Câu III (1 điểm) Tính tích phân: $I = \displaystyle\int_2^6 \frac{dx}{2x+1+\sqrt{4x+1}}$

Câu IV (1 điểm) Cho hình hộp đứng ABCD.A’B’C’D’ có các cạnh AB=AD = a, AA’ = $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và góc BAD = 60^0 . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh A’D’ và A’B’. Chứng minh rằng AC’ vuông góc với mặt phẳng (BDMN). Tính thể tích khối chóp A.BDMN.

Câu V (1 điểm) Cho x,y là các số thực thỏa mãn điều kiện $x^2+xy+y^2 \le 3$ .Chứng minh rằng:

$$-4\sqrt{3}-3 \le x^2 - xy - 3y^2 \le 4\sqrt{3}+3$$

II. PHẦN RIÊNG (3 điểm)

A. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh A thuộc đường thẳng d: x – 4y –2 = 0, cạnh BC song song với d, phương trình đường cao BH: x + y + 3 = 0 và trung điểm của cạnh AC là M(1; 1). Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho mặt phẳng (α): 3x + 2y – z + 4 = 0 và hai điểm A(4;0;0) , B(0;4;0) .Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Xác định tọa độ điểm K sao cho KI vuông góc với mặt phẳng (α), đồng thời K cách đều gốc tọa độ O và (α).

Câu VII.a (1 điểm) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \ln(1+x) = \ln(1+y) = x - y & (a) \\ x^2 - 12xy + 20y^2 = 0 & (b) \end{cases}$

B. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho ΔABC có cạnh AC đi qua điểm M(0;– 1). Biết AB = 2AM, phương trình đường phân giác trong AD: x – y = 0, phương trình đường cao CH: 2x + y + 3 = 0. Tìm tọa độ các đỉnh của ΔABC.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): 4x – 3y + 11z = 0 và hai đường thẳng d_1: $\dfrac{x}{-1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z+1}{3}$, $\dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-3}{2}$. Chứng minh rằng d_1 và d_2 chéo nhau. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trên (P), đồng thời Δ cắt cả d_1 và d_2.

Câu VII.b (1 điểm) Giải phương trình: $4^x - 2^{x+1} + 2(2^x - 1)\sin(2^x + y - 1) + 2 = 0$.

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 10)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I *(2 điểm)*. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$ có đồ thị là (C).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.

2) Chứng minh đường thẳng d: y = –x + m luôn luôn cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B. Tìm m để đoạn AB có độ dài nhỏ nhất.

Câu II *(2 điểm)*

1) Giải phương trình: $9\sin x + 6\cos x - 3\sin 2x + \cos 2x = 8$

2) Giải bất phương trình: $\sqrt{\log_2^2 x - \log_2 x^2 - 3} > \sqrt{5}(\log_4 x^2 - 3)$

Câu III *(1 điểm)*. Tìm nguyên hàm $I = \int \frac{dx}{\sin^3 x.\cos^5 x}$

Câu IV *(1 điểm)*. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A_1B_1C_1$ có tất cả các cạnh bằng a, góc tạo bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30^0. Hình chiếu H của điểm A trên mặt phẳng $(A_1B_1C_1)$ thuộc đường thẳng B_1C_1. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AA_1 và B_1C_1 theo a.

Câu V *(1 điểm)*. Cho ba số thực không âm a, b, c thỏa mãn: $a^{2009} + b^{2009} + c^{2009} = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = a^4 + b^4 + c^4$.

II. PHẦN RIÊNG *(3 điểm)*

A. Theo chương trình chuẩn

Câu VIa *(2 điểm)*.

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho 2 đường thẳng (d_1): $x - 7y + 17 = 0$, (d_2): $x + y - 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng (d) qua điểm M(0;1) tạo với (d_1), (d_2) một tam giác cân tại giao điểm của (d_1), (d_2).

2) Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho hình hộp chữ nhật ABCD.A’B’C’D’ có $A \equiv O$, B(3;0;0), D(0;2;0), A’(0;0;1). Viết phương trình mặt cầu tâm C tiếp xúc với AB’.

Câu VIIa *(1 điểm)*. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau và khác 0 mà trong mỗi số luôn luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ.

***2.Theo chương trình nâng cao** (3 điểm)*

Câu VIb *(2 điểm)*

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm M(1; 0). Lập phương trình đường thẳng (d) đi qua M và cắt hai đường thẳng (d_1): x + y + 1 = 0, (d_2): x – 2y + 2 = 0 lần lượt tại A, B sao cho MB = 3MA.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho điểm M(0;1;1) và 2 đường thẳng (d_1), (d_2) với: (d_1): $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{1}$; (d_2) là giao tuyến của 2 mặt phẳng (P): $x + 1 = 0$ và (Q): $x + y - z + 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng (d) qua M vuông góc (d_1) và cắt (d_2).

Câu VIIb *(1 điểm)* Tìm hệ số của x^8 trong khai triển Newton của biểu thức :

$$P = (1 + x^2 - x^3)^8.$$

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 11)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I: (2 điểm) Cho hàm số $y=\frac{x+1}{x-1}$ (C).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
2) Tìm trên trục tung tất cả các điểm từ đó kẻ được duy nhất một tiếp tuyến tới (C).

Câu II: (2 điểm)

1) Giải phương trình: $\log^2(x^2+1)+(x^2-5)\log(x^2+1)-5x^2=0$
2) Tìm nghiệm của phương trình: $\cos x+cos^2x+\sin^3x=2$ thoả mãn : $|x-1|<3$

Câu III: (1 điểm) Tính tích phân: $I=\int_0^1 x\ln(x^2+x+1)dx$

Câu IV: (1 điểm) Cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có ΔABC là tam giác vuông tại B và AB = a, BC = b, AA' = c ($c^2\ge a^2+b^2$). Tính diện tích thiết diện của hình lăng trụ bị cắt bởi mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với CA′.

Câu V: (1 điểm) Cho các số thực $x,y,z\in(0;1)$ và $xy+yz+zx=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\frac{x}{1-x^2}+\frac{y}{1-y^2}+\frac{z}{1-z^2}$

II. PHẦN RIÊNG (3 điểm):

A. Theo chương trình chuẩn:

Câu VI.a: (2 điểm)

1) Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho đường thẳng (d) có phương trình: $\{x=-t\,;\,y=-1+2t\,;\; z=2+t\,(t\in R)$ và mặt phẳng (P): $2x-y-2z-3=0$.Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ nằm trên (P), cắt và vuông góc với (d).

2) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho elip (E): $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua I(1;1) cắt (E) tại 2 điểm A và B sao cho I là trung điểm của AB.

Câu VII.a: (1 điểm) Giải hệ phương trình sau trên tập số phức: $\begin{cases} z-w-zw=8 \\ z^2+w^2=-1 \end{cases}$

B. Theo chương trình nâng cao:

Câu VI.b: (2 điểm)

1) Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho 4 điểm A(2;4;–1), B(1;4;–1), C(2;4;3), D(2;2;–1). Tìm tọa độ điểm M để $MA^2+MB^2+MC^2+MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
2) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ΔABC cân có đáy là BC. Đỉnh A có tọa độ là các số dương, hai điểm B và C nằm trên trục Ox, phương trình cạnh $AB: y=3\sqrt{7}(x-1)$. Biết chu vi của ΔABC bằng 18, tìm tọa độ các đỉnh A, B, C.

Câu VII.b: (1 điểm) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+\sqrt{x^2-2x+2}=3^{y-1}+1 \\ y+\sqrt{y^2-2y+2}=3^{x-1}+1 \end{cases}$ $(x,y\in R)$

www.huynhvanluong.com

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 12)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I: (2 điểm) Cho hàm số $y = x^3 - 3m^2x + 2m$ (C$_m$).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số khi $m = 1$.

2) Tìm m để (C$_m$) và trục hoành có đúng 2 điểm chung phân biệt.

Câu II: (2 điểm)

1) Giải phương trình: $\dfrac{(\sin 2x - \sin x + 4)\cos x - 2}{2\sin x + \sqrt{3}} = 0$

2) Giải phương trình: $8^x + 1 = 2\sqrt[3]{2^{x+1} - 1}$

Câu III: (1 điểm) Tính tích phân: $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{(\sin x + \cos x)^3}$

Câu IV: (1 điểm) Cho khối chóp S.ABC có SA$\perp$(ABC), ΔABC vuông cân đỉnh C và SC = a . Tính góc φ giữa 2 mặt phẳng (SCB) và (ABC) để thể tích khối chóp lớn nhất.

Câu V: (1 điểm) Tìm m để phương trình sau đây có đúng 2 nghiệm thực phân biệt:

$$\sqrt{2-x} - \sqrt{2+x} - \sqrt{(2-x)(2+x)} = m$$

II. PHẦN RIÊNG (3 điểm):

A. Theo chương trình chuẩn:

Câu VI.a: (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho điểm M(3;1). Viết phương trình đường thẳng d đi qua M cắt các tia Ox, Oy tại A và B sao cho (OA+3OB) nhỏ nhất.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho hai điểm A(1;2;3) và B(3;4;1). Tìm toạ độ điểm M thuộc mặt phẳng (P): $x - y + z - 1 = 0$ để ΔMAB là tam giác đều.

Câu VII.a: (1 điểm) Tìm hệ số của x^{20} trong khai triển Newton của biểu thức $\left(\dfrac{2}{x^3} + x^5\right)^n$,

biết rằng: $C_n^0 - \dfrac{1}{2}C_n^1 + \dfrac{1}{3}C_n^2 + ... + (-1)^n \dfrac{1}{n+1}C_n^n = \dfrac{1}{13}$

B. Theo chương trình nâng cao:

Câu VI.b: (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho 4 điểm A(1;0), B(–2;4), C(–1;4), D(3;5). Tìm toạ độ điểm M thuộc đường thẳng $(\Delta): 3x - y - 5 = 0$ sao cho hai tam giác MAB, MCD có diện tích bằng nhau.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho đường thẳng (Δ_1) có phương trình $\{x = 2t; y = t; z = 4$; (Δ_2) là giao tuyến của 2 mặt phẳng $(\alpha): x + y - 3 = 0$ và $(\beta): 4x + 4y + 3z - 12 = 0$. Chứng tỏ hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 chéo nhau và viết phương trình mặt cầu nhận đoạn vuông góc chung của Δ_1, Δ_2 làm đường kính.

Câu VII.b: (1 điểm) Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + (2m+1)x + m^2 + m + 4}{2(x+m)}$. Chứng minh rằng với mọi *m,* hàm số luôn có cực trị và khoảng cách giữa hai điểm cực trị không phụ thuộc *m*.

www.huynhvanluong.com

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 13)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I: (2 điểm) Cho hàm số $y=\dfrac{x+3m-1}{(2+m)x+4m}$ có đồ thị là (C_m) (m là tham số)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 0.
2) Xác định m sao cho đường thẳng (d): y = – x + m cắt đồ thị (C) tại hai điểm A, B sao cho độ dài đoạn AB là ngắn nhất.

Câu II: (2 điểm)

1) Giải phương trình: $|\sin x-\cos x|+4\sin 2x=1$.
2) Tìm m để hệ phương trình: $\begin{cases} x^2y-x^2+y=2 \\ m(x^2+y)-x^2y=4 \end{cases}$ có ba nghiệm phân biệt.

Câu III: (1 điểm) Tính các tích phân $I=\int_0^1 x^3\sqrt{1-x^2}\,dx$; J = $\int_1^e \dfrac{xe^x+1}{x(e^x+\ln x)}dx$

Câu IV: (1điểm) Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' cạnh bằng a và điểm M trên cạnh AB sao cho AM = x, (0 < x < a). Mặt phẳng (MA'C') cắt BC tại N. Tính x theo a để thể tích khối đa diện MBNC'A'B' bằng $\frac{1}{3}$ thể tích khối lập phương ABCD.A'B'C'D'.

Câu V: (1 điểm) Cho x, y là hai số dương thay đổi thoả điều kiện 4(x + y) – 5 = 0. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức S = $\dfrac{4}{x}+\dfrac{1}{4y}$.

II. PHẦN RIÊNG (3 điểm)

A. Theo chương trình Chuẩn :

Câu VI.a (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng Δ_1: $3x+4y+5=0$; Δ_2: $4x-3y-5=0$. Viết phương trình đường tròn có tâm nằm trên đường thẳng d: x – 6y – 10 = 0 và tiếp xúc với Δ_1, Δ_2.
2) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hình chóp A.OBC, trong đó A(1; 2; 4), B thuộc trục Ox và có hoành độ dương, C thuộc Oy và có tung độ dương. Mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (OBC), $\tan\widehat{OBC}=2$. Viết phương trình tham số của đường thẳng BC.

Câu VII.a (1 điểm) Giải phương trình: $z^2-2(2+i)z+7+4i=0$ trên tập số phức.

B. Theo chương trình Nâng cao :

Câu VI.b (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho các điểm M_1(155; 48), M_2(159; 50), M_3(163; 54), M_4(167; 58), M_5(171; 60). Lập phương trình đường thẳng d đi qua điểm M(163; 50) sao cho đường thẳng đó gần các điểm đã cho nhất.
2) Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho ba điểm A(2;0;0), C(0;4;0), S(0; 0; 4).Tìm tọa độ điểm B trong mp(Oxy) sao cho tứ giác OABC là hình chữ nhật. Viết phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm O, B, C, S.

Câu VII.b (1 điểm) Chứng minh rằng : $|8a^4-8a^2+1|\le 1$, với mọi a thuộc đoạn [–1; 1].

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 14)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I. (2 điểm) Cho hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ (C)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
2) Tìm các điểm M thuộc đồ thị (C) sao cho tổng các khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của (C) là nhỏ nhất.

Câu II. (2 điểm)

1) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm: $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 1 \\ x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 1 - 3m \end{cases}$.

2) Giải phương trình: $\cos^2 3x.\cos 2x - \cos^2 x = 0$.

Câu III. (1 điểm) Tính tích phân: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + \sin^2 x)\cos x dx$.

Câu IV. (1 điểm) Trên cạnh AD của hình vuông ABCD có độ dài là a, lấy điểm M sao cho AM = x (0 ≤ m ≤ a). Trên nửa đường thẳng Ax vuông góc với mặt phẳng (ABCD) tại điểm A, lấy điểm S sao cho SA = y (y > 0). Tính thể tích khối chóp S.ABCM theo a, y và x. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp S.ABCM, biết rằng $x^2 + y^2 = a^2$.

Câu V. (1 điểm) Cho x, y, z là các số dương thoả mãn: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{2z + y + z} + \frac{1}{x + 2y + z} + \frac{1}{x + y + 2z} \le 1.$$

II. PHẦN RIÊNG (3 điểm)

A. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a. (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho điểm C(2; 0) và elip (E): $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. Tìm toạ độ các điểm A, B thuộc (E), biết rằng hai điểm A, B đối xứng với nhau qua trục hoành và tam giác ABC là tam giác đều.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 4z - 3 = 0$ và hai đường thẳng $\Delta_1 : \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{1}$, $\Delta_2 : \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$. Viết phương trình tiếp diện của mặt cầu (S), biết tiếp diện đó song song với hai đường thẳng Δ_1 và Δ_1.

Câu VII.a. (1 điểm) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2.A_y^x + 5.C_y^x = 90 \\ 5.A_y^x - 2.C_y^x = 80 \end{cases}$

B. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b. (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho parabol (P): $y^2 = 8x$. Giả sử đường thẳng d đi qua tiêu điểm của (P) và cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ tương ứng là x_1, x_2. Chứng minh: $AB = x_1 + x_2 + 4$.

2) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm A(1;5;0), B(3;3;6) và đường thẳng Δ có phương trình tham số $\{x = -1 + 2t;\ y = 1 - t;\ z = 2t$. Một điểm M thay đổi trên đường thẳng Δ, xác định vị trí của điểm M để chu vi tam giác MAB đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu VII.b. Tính đạo hàm f ′(x) của hàm số $f(x) = \ln\dfrac{1}{(3-x)^3}$ và giải bất phương trình sau:

$$f'(x) > \frac{\frac{6}{\pi}\int_0^{\pi}\sin^2\frac{t}{2}dt}{x+2}$$

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 15)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I (2 điểm): Cho hàm số: $y = 3x - x^3$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
2) Tìm trên đường thẳng y = – x các điểm kẻ được đúng 2 tiếp tuyến tới đồ thị (C).

Câu II (2 điểm):

1) Giải phương trình.**:** $\frac{3\sin 2x - 2\sin x}{\sin 2x.\cos x} = 2$

2) Tìm m để phương trình sau có nghiệm: $x(x-1) + 4(x-1)\sqrt{\frac{x}{x-1}} = m$

Câu III (1 điểm): Tính tích phân I= $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin^2 x}.\sin x.\cos^3 x.\,dx.$

Câu IV (1 điểm): Cho hình nón đỉnh S, đường tròn đáy có tâm O và đường kính là AB = 2R. Gọi M là điểm thuộc đường tròn đáy và $\widehat{ASB} = 2\alpha$, $\widehat{ASM} = 2\beta$. Tính thể tích khối tứ diện SAOM theo R, α và β .

Câu V (1 điểm): Cho: $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Chứng minh: $abc + 2(1 + a + b + c + ab + ac + bc) \geq 0$

II. PHẦN RIÊNG (3 điểm)

A. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 25$ và điểm M(7; 3). Lập phương trình đường thẳng (d) đi qua M cắt (C) tại hai điểm A, B phân biệt sao cho MA = 3MB.
2) Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho các điểm A(1;0;0); B(0;2;0); C(0;0;–2). Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên mặt phẳng (ABC), tìm tọa độ điểm H.

Câu VIIa (1 điểm) Giải phương trình: $\log_2^2 x + (x-7)\log_2 x + 12 - 4x = 0$

B. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho hình bình hành ABCD có diện tích bằng 4. Biết A(1;0), B(0;2) và giao điểm I của hai đường chéo nằm trên đường thẳng y = x. Tìm tọa độ các đỉnh C và D.
2) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ΔABC với tọa độ đỉnh C(3; 2; 3) và phương trình đường cao AH, phương trình đường phân giác trong BD lần lượt là:

$$d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-3}{-2},\ d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-3}{1}.$$

Lập phương trình đường thẳng chứa cạnh BC của ΔABC và tính diện tích của ΔABC.

Câu VII.b (1 điểm) Giải phương trình: $2008^x = 2007x + 1$.

www.huynhvanluong.com

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 16)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I: (2 điểm) Cho hàm số $y = \dfrac{2x-4}{x+1}$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
2) Tìm trên (C) hai điểm đối xứng nhau qua đường thẳng MN biết M(–3;0) và N(–1; –1)

Câu II: (2 điểm)

1) Giải phương trình: $4\cos^4 x - \cos 2x - \dfrac{1}{2}\cos 4x + \cos\dfrac{3x}{4} = \dfrac{7}{2}$
2) Giải phương trình: $3^x.2x = 3^x + 2x + 1$

Câu III: (1 điểm) Tính tích phân: $K = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1+\sin x}{1+\cos x}\right).e^x dx$

Câu IV: (1 điểm) Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có độ dài cạnh bên bằng 1. Các mặt bên hợp với mặt phẳng đáy một góc α. Tính thể tích hình cầu nội tiếp hình chóp S.ABC.

Câu V: (1 điểm) Gọi a, b, c là ba cạnh của một tam giác có chu vi bằng 2. Chứng minh rằng:

$$\frac{52}{27} \le a^2 + b^2 + c^2 + 2abc < 2$$

II. PHẦN RIÊNG: (3 điểm)

A. Theo cương trình chuẩn:

Câu VI.a: (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác có phương trình hai cạnh là 5x – 2y + 6 = 0 và 4x + 7y – 21 = 0. Viết phương trình cạnh thứ ba của tam giác đó, biết rằng trực tâm của nó trùng với gốc tọa độ O.

2) Trong không gian với hệ toạ Oxyz, tìm trên Ox điểm A cách đều đường thẳng

(d) : $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z+2}{2}$ và mặt phẳng (P) : 2x – y – 2z = 0

Câu VII.a: (1 điểm) Tìm giá trị nhỏ nhất hàm số $y = \dfrac{\cos x}{\sin^2 x(2\cos x - \sin x)}$ với $0 < x \le \dfrac{\pi}{3}$.

B. Theo chương trình nâng cao:

Câu VI.b: (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho đường thẳng (D): x – 3y – 4 = 0 và đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 4y = 0$. Tìm M thuộc (D) và N thuộc (C) sao cho chúng đối xứng qua điểm A(3;1).

2) Trong không gian với hệ trục toạ độ Oxyz, cho đường thẳng (d): $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y}{-2} = \dfrac{z-4}{2}$ và hai điểm A(1;2; –1), B(7; –2;3). Tìm trên (d) những điểm M sao cho khoảng cách từ đó đến A và B là nhỏ nhất.

Câu VII.b: (1 điểm) Cho $\alpha = 3\left(\cos\dfrac{2\pi}{3} + i\sin\dfrac{2\pi}{3}\right)$. Tìm các số phức β sao cho $\beta^3 = \alpha$.

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 17)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I: (2 điểm) Cho hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$ (C)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
2) Tìm m để đường thẳng d: y = x + m cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho ΔOAB vuông tại O.

Câu II: (2 điểm)

1) Giải phương trình: $\dfrac{\cos^2 x.(\cos x - 1)}{\sin x + \cos x} = 2(1 + \sin x)$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + y^2 - xy = 3 & (a) \\ \sqrt{x^2+1} + \sqrt{y^2+1} = 4 & (b) \end{cases}$

Câu III: (1 điểm) Tính tích phân: $I = \int_0^{\pi/2} \left(e^{\cos x} + \sin x\right).\sin 2x dx$

Câu IV: (1 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a. SA$\perp$(ABCD) và SA = a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD, SC. Tính thể tích tứ diện BDMN và khoảng cách từ D đến mp(BMN).

Câu V: (1 điểm) Chứng minh rằng: $e^x + \cos x \geq 2 + x - \dfrac{x^2}{2}, \quad \forall x \in R.$

II. PHẦN RIÊNG: (3 điểm)

A. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a: (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, lập phương trình đường thẳng d đi qua điểm A(1; 2) và cắt đường tròn (C) có phương trình $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 25$ theo một dây cung có độ dài bằng 8.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz,* cho mặt cầu (*S*) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$ và mặt phẳng (α) có phương trình $2x + 2y - z + 17 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (β) song song với (α) và cắt (*S*) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 6π.

Câu VII.a: (1 điểm) Lập số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau từ các chữ số {0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7}. Hãy tính xác suất để lập được số tự nhiên chia hết cho 5.

B. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b: (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho ΔABC biết: B(2; –1), đường cao qua A có phương trình d_1: 3x – 4y + 27 = 0, phân giác trong góc C có phương trình d_2: x + 2y – 5 = 0. Tìm toạ độ điểm A.

2) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm A(–1; –1; 0), B(1; –1; 2), C(2; –2; 1), D(–1;1;1). Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua D và cắt ba trục tọa độ tại các điểm M, N, P khác gốc O sao cho D là trực tâm của tam giác MNP.

Câu VII.b: (1 điểm) Tính tổng: $S = C_{2009}^0 + C_{2009}^1 + C_{2009}^2 + ... + C_{2009}^{1004}$

www.huynhvanluong.com

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 18)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I: (2 điểm) Cho hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-2}$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (*C*) của hàm số.
2) Cho *M* là điểm bất kì trên (*C*). Tiếp tuyến của (*C)* tại *M* cắt các đường tiệm cận của (*C*) tại *A* và *B*. Gọi *I* là giao điểm của các đường tiệm cận. Tìm toạ độ điểm *M* sao cho đường tròn ngoại tiếp tam giác *IAB* có diện tích nhỏ nhất.

Câu II (2 điểm)

1) Giải phương trình: $1+\sin\dfrac{x}{2}\sin x-\cos\dfrac{x}{2}\sin^2 x=2\cos^2\left(\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{x}{2}\right)$

2) Giải bất phương trình: $\log_2(4x^2-4x+1)-2x>2-(x+2)\log_{\frac{1}{2}}\left(\dfrac{1}{2}-x\right)$

Câu III (1 điểm) Tính tích phân: $I=\displaystyle\int_1^e\left(\frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}}+3x^2\ln x\right)dx$

Câu IV (1 điểm) Cho hình chóp *S.ABC* có *AB* = *AC* = *a*. *BC* = $\dfrac{a}{2}$. $SA=a\sqrt{3}$, $\widehat{SAB}=\widehat{SAC}=30^0$

Tính thể tích khối chóp *S.ABC*.

Câu V (1 điểm) Cho *a*, *b*, *c* là ba số dương thoả mãn : *a* + *b* + *c* = $\dfrac{3}{4}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{1}{\sqrt[3]{a+3b}}+\dfrac{1}{\sqrt[3]{b+3c}}+\dfrac{1}{\sqrt[3]{c+3a}}$.

II. PHẦN RIÊNG (*3 điểm*)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu VIa (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ trục toạ độ *Oxy,* cho cho hai đường thẳng $d_1: 2x-y+5=0$. d_2: 3x + 6y – 7 = 0. Lập phương trình đường thẳng đi qua điểm *P*(2; –1) sao cho đường thẳng đó cắt hai đường thẳng d_1 và d_2 tạo ra một tam giác cân có đỉnh là giao điểm của hai đường thẳng d_1, d_2.
2) Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz,* cho 4 điểm *A*(1; –1; 2), *B*(1; 3; 2), *C*(4; 3; 2), *D*(4; –1; 2) và mặt phẳng (*P*) có phương trình: $x+y+z-2=0$. Gọi *A*' là hình chiếu của *A* lên mặt phẳng *Oxy*. Gọi (*S*) là mặt cầu đi qua 4 điểm *A', B, C, D*. Xác định toạ độ tâm và bán kính của đường tròn (*C*) là giao của (*P*) và (*S*).

Câu VIIa (1 điểm) Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường:

$y=|x^2-4x|$ và $y=2x$.

B. *Theo chương trình Nâng cao*

Câu VIb (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ trục toạ độ *Oxy,* cho Hypebol (*H*) có phương trình: $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$. Viết phương trình chính tắc của elip (*E*) có tiêu điểm trùng với tiêu điểm của (*H*) và ngoại tiếp hình chữ nhật cơ sở của (*H*).
2) Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz,* cho $(P): x+2y-z+5=0$ và đường thẳng $(d): \dfrac{x+3}{2}=y+1=z-3$, điểm *A*(–2; 3; 4). Gọi *Δ* là đường thẳng nằm trên (*P*) đi qua giao điểm của (*d*) và (*P*) đồng thời vuông góc với *d*. Tìm trên *Δ* điểm *M* sao cho khoảng cách *AM* ngắn nhất.

Câu VIIb (1 điểm): Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2^{3x+1} + 2^{y-2} = 3.2^{y+3x} & (1) \\ \sqrt{3x^2+1+xy} = \sqrt{x+1} & (2) \end{cases}$

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 19)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I (2 điểm) Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2) Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(3; 4)$ và có hệ số góc là m. Tìm m để d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt A, M, N sao cho hai tiếp tuyến của (C) tại M và N vuông góc với nhau.

Câu II (2điểm)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+1+y(x+y) = 4y \\ (x^2+1)(x+y-2) = y \end{cases}$ $(x, y \in \mathbb{R})$

2) Giải phương trình: $\dfrac{\sin^3 x.\sin 3x + \cos^3 x \cos 3x}{\tan\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)\tan\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)} = -\dfrac{1}{8}$

Câu III (1 điểm) Tính tích phân: $I = \int_0^1 x\ln(x^2+x+1)dx$

Câu IV (1 điểm) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm O của tam giác ABC. Một mặt phẳng (P) chứa BC và vuông góc với AA', cắt lăng trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{8}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Câu V (1 điểm) Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn $abc = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \dfrac{1}{a^2+2b^2+3} + \dfrac{1}{b^2+2c^2+3} + \dfrac{1}{c^2+2a^2+3}$

II. PHẦN RIÊNG (3 điểm)

A. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho Δ ABC có đỉnh A(1;2), phương trình đường trung tuyến BM: $2x + y + 1 = 0$ và phân giác trong CD: $x + y - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC.

2) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng (D) có phương trình tham số $\{x = -2+t;\ y = -2t;\ z = 2+2t$. Gọi Δ là đường thẳng qua điểm A(4;0;–1) song song với (D) và I(–2;0;2) là hình chiếu vuông góc của A trên (D). Viết phương trình của mặt phẳng chứa Δ và có khoảng cách đến (D) là lớn nhất.

Câu VII.a (1điểm) Tìm hệ số của số hạng chứa x^2 trong khai triển nhị thức Niutơn của $\left(\sqrt{x} + \dfrac{1}{2\sqrt[4]{x}}\right)^n$, biết rằng n là số nguyên dương thỏa mãn:

$$2C_n^0 + \frac{2^2}{2}C_n^1 + \frac{2^3}{3}C_n^2 + \cdots + \frac{2^{n+1}}{n+1}C_n^n = \frac{6560}{n+1}$$ (C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử)

B. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng d_1: $x + y + 5 = 0$, d_2: $x + 2y - 7 = 0$ và tam giác ABC có $A(2; 3)$, trọng tâm là điểm $G(2; 0)$, điểm B thuộc d_1 và điểm C thuộc d_2 . Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

2) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; 5)$, $B(1; 4; 3)$, $C(5; 2; 1)$ và mặt phẳng (P): $x - y - z - 3 = 0$. Gọi M là một điểm thay đổi trên mặt phẳng (P). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA^2 + MB^2 + MC^2$.

Câu VII.b (1 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} e^{x-y}+e^{x+y}=2(x+1) \\ e^{x+y}=x-y+1 \end{cases}$ $(x, y \in \mathbb{R})$

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 20)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I. (*2,0 điểm*) Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+4$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số .

2) Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số: G(x)=$\left(2\sin x+\frac{1}{2}\right)^3-3\left(2\sin x+\frac{1}{2}\right)^2+4$

Câu II. (*2,0 điểm*)

1) Tìm *m* sao cho phương trình sau có nghiệm duy nhất: $\ln(mx)=2\ln(x+1)$

2) Giải phương trình: $\sin^3 x.(1+\cot x)+\cos^3 x(1+\tan x)=\sqrt{2\sin 2x}$.

Câu III. (*1,0 điểm*) Tính giới hạn: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{2x}-\sqrt{2x+1}}{\sqrt{3x+4}-2-x}$

Câu IV. (*1,0 điểm*) Xác định vị trí tâm và độ dài bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ có $AB=2, AC=3, AD=1, CD=\sqrt{10}, DB=\sqrt{5}, BC=\sqrt{13}$.

Câu V. (*1,0 điểm*) Tìm *m* để hệ phương trình sau có nghiệm với $x\ge 2$: $\begin{cases} x+y=3 \\ \sqrt{x^2+3}+\sqrt{y^2+5}=m \end{cases}$

II. PHẦN RIÊNG (*3,0 điểm*)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu VI.a (*2,0 điểm*)

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác ABC với các đỉnh: A(–2;3), $B\left(\frac{1}{4};0\right)$, $C(2;0)$.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, viết phương trình đường thẳng *d* đi qua điểm $M(-4;-5;3)$ và cắt cả hai đường thẳng: $d':\begin{cases} 2x+3y+11=0 \\ y-2z+7=0 \end{cases}$ và $d'':\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-1}{-5}$.

Câu VII.a (*1,0 điểm*) Tìm *n* sao cho $C_n^1+6C_n^2+6C_n^3=9n^2-14n$, trong đó C_n^k là số tổ hợp chập *k* từ *n* phần tử.

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu VI.b (*2,0 điểm*)

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, viết phương trình elip với các tiêu điểm $F_1(-1;1), F_2(5;1)$ và tâm sai $e=0,6$.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, viết phương trình hình chiếu vuông góc của đường thẳng $d:\begin{cases} x-2z=0 \\ 3x-2y+z-3=0 \end{cases}$ trên mặt phẳng $P: x-2y+z+5=0$.

Câu VII.b (*1,0 điểm*) Với *n* nguyên dương cho trước, tìm *k* sao cho $C_{2n-k}^n C_{2n+k}^n$ lớn nhất hoặc nhỏ nhất.

www.huynhvanluong.com

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 21)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I: (2 điểm) Cho hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4$ có đồ thị là (C_m)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số trên khi m = 1.

2) Cho đường thẳng (d): y = x + 4 và điểm K(1; 3). Tìm các giá trị của tham số m sao cho (d) cắt (C_m) tại ba điểm phân biệt A(0; 4), B, C sao cho tam giác KBC có diện tích bằng $8\sqrt{2}$.

Câu II: (2 điểm)

1) Giải bất phương trình: $\sqrt{15.2^{x+1}+1} \geq |2^x - 1| + 2^{x+1}$

2) Tìm m để phương trình: $4(\log_2\sqrt{x})^2 - \log_{0,5} x + m = 0$ có nghiệm thuộc (0, 1).

Câu III: (2 điểm) Tính tích phân: $I = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x^6(1+x^2)}$.

Câu IV: (1 điểm) Tính thể tích của hình chóp S.ABC, biết đáy ABC là một tam giác đều cạnh a, mặt bên (SAB) vuông góc với đáy, hai mặt bên còn lại cùng tạo với đáy góc α.

Câu V: (1 điểm) Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = \frac{\cos x}{\sin^2 x(2\cos x - \sin x)}$ với $0 < x \leq \frac{\pi}{3}$.

II. PHẦN RIÊNG (3 điểm)

A. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, **c**ho điểm A(2;–3), B(3;–2), Δ ABC có diện tích bằng $\frac{3}{2}$; trọng tâm G của Δ ABC thuộc đường thẳng (d): 3x – y – 8 = 0. Tìm bán kính đường tròn nội tiếp Δ ABC.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho điểm A(1; –2; 3) và đường thẳng d có phương trình $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$. Tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d. Viết phương trình mặt cầu tâm A, tiếp xúc với d.

Câu VII.a (1 điểm) Giải phương trình $z^4 - z^3 + \frac{z^2}{2} + z + 1 = 0$ trên tập số phức.

B. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, viết phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn (C_1): $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$, ($C_2$): $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 16 = 0$.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho 2 đường thẳng:

$$(d_1): \begin{cases} x = t \\ y = 4 + t \\ z = 6 + 2t \end{cases}; \qquad \text{và} \qquad (d_2): \begin{cases} x = t' \\ y = 3t' - 6 \\ z = t' - 1 \end{cases}$$

Gọi K là hình chiếu vuông góc của điểm I(1; –1; 1) trên (d_2). Tìm phương trình tham số của đường thẳng đi qua K vuông góc với (d_1) và cắt (d_1).

Câu VII.b (1 điểm) Tính tổng $S = C_{2009}^0 + 2C_{2009}^1 + 3C_{2009}^2 + ... + 2010C_{2009}^{2009}$.

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 22)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I (2 điểm). Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + m$ (1)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) khi $m = -4$.

2) Tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị A, B sao cho $\widehat{AOB} = 120^0$.

Câu II (2 điểm).

1) Giải phương trình: $\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin 2x \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

2) Giải bất phương trình: $\sqrt{8 + 2^{1+\sqrt{3-x}} - 4^{\sqrt{3-x}}} + 2^{1+\sqrt{3-x}} \le 5$.

Câu III (2 điểm). Tính diện tích hình (H) giới hạn bởi các đường $y = 1 + \sqrt{2x - x^2}$ và $y = 1$.

Câu IV (2 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là ΔABC vuông cân tại A, $AB = AC = a$. Mặt bên qua cạnh huyền BC vuông góc với mặt đáy, hai mặt bên còn lại đều hợp với mặt đáy các góc 60^0. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

Câu V (2.0 điểm). Cho a, b, c là ba số dương. Chứng minh rằng:

$$\frac{ab}{a+3b+2c} + \frac{bc}{b+3c+2a} + \frac{ca}{c+3a+2b} \le \frac{a+b+c}{6}$$

II. PHẦN RIÊNG (3 điểm)

A. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm)

1) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ: $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-2}{2}$ và mặt phẳng (P): $x + 3y + 2z + 2 = 0$. Lập phương trình đường thẳng song song với mặt phẳng (P), đi qua $M(2; 2; 4)$ và cắt đường thẳng (Δ).

2) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1; 0)$, $B(3; -1)$ và đường thẳng (Δ): $x - 2y - 1 = 0$. Tìm điểm C thuộc đường thẳng (Δ) sao cho diện tích tam giác ABC bằng 6.

Câu VII.a (1 điểm) Tìm các số thực b, c để phương trình $z^2 + bz + c = 0$ nhận số phức $z = 1 + i$ làm một nghiệm.

B. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có diện tích bằng 12, tâm I thuộc đường thẳng $(d): x - y - 3 = 0$ và có hoành độ $x_I = \frac{9}{2}$, trung điểm của một cạnh là giao điểm của (d) và trục Ox. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật.

2) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) có phương trình là $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z + 5 = 0, (P): 2x + 2y - z + 16 = 0$. Điểm M di động trên (S) và điểm N di động trên (P). Tính độ dài ngắn nhất của đoạn thẳng MN. Xác định vị trí của M, N tương ứng.

Câu VII.b (1 điểm) Giải phương trình: $z^2 - 2.\frac{(1+i)^{2009}}{(1-i)^{2008}}z + 2i = 0$ trên tập số phức.

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 23)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I: (2 điểm) Cho hàm số $y = x^3 - x$.

1) Khảo sát sự biến thiên và đồ thị (C) của hàm số.
2) Dựa và đồ thị (C) biện luận số nghiệm của phương trình: $x^3 - x = m^3 - m$

Câu II: (2 điểm)

1) Giải phương trình: $\cos^2 x + \cos x + \sin^3 x = 0$
2) Giải phương rtình: $\left(3+2\sqrt{2}\right)^x - 2\left(\sqrt{2}-1\right)^x - 3 = 0$.

Câu III: (1 điểm) Cho $I = \int\limits_0^{\ln 2} \frac{2e^{3x} + e^{2x} - 1}{e^{3x} + e^{2x} - e^x + 1}dx$. Tính e^I

Câu IV: (1 điểm) Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tai A và D. Biết AD = AB = a, CD = 2a, cạnh bên SD vuông góc với mặt phẳng đáy và SD = a. Tính thể tứ diện ASBC theo a.

Câu V: (1 điểm) Cho tam giác ABC. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \sqrt{\frac{\left(1+\tan^2\frac{A}{2}\right)\left(1+tan^2\frac{B}{2}\right)}{1+\tan^2\frac{C}{2}}} + \sqrt{\frac{\left(1+\tan^2\frac{B}{2}\right)\left(1+tan^2\frac{C}{2}\right)}{1+\tan^2\frac{A}{2}}} + \sqrt{\frac{\left(1+\tan^2\frac{C}{2}\right)\left(1+tan^2\frac{A}{2}\right)}{1+\tan^2\frac{B}{2}}}$$

II. PHẦN RIÊNG: (3 điểm)

A. **Theo chương trình chuẩn**:

Câu VI.a: (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$. Hãy viết phương trình đường tròn (C′) đối xứng với đường tròn (C) qua điểm $M\left(\frac{4}{5};\frac{2}{5}\right)$

2) Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, viết phương tham số của đường thẳng (d) đi qua điểm A(1;5;0) và cắt cả hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{-3}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = t \\ y = 4 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$.

Câu VII.a: (1 điểm) Cho tập hợp $D = \{x \in R / x^4 - 13x^2 + 36 \le 0\}$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x$ trên D.

B. Theo chương trình nâng cao:

Câu VI.b: (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) và đường thẳng Δ định bởi: $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0;\ \Delta: x + 2y - 12 = 0$. Tìm điểm M trên Δ sao cho từ M vẽ được với (C) hai tiếp tuyến lập với nhau một góc 60^0.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, viết phương trình đường vuông góc chung của

hai đường thẳng: $\Delta_1: \dfrac{x-7}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-9}{-1}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 3 + 7t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$

Câu VII.b: (1 điểm) Giải phương trình $z^3 + (1 - 2i)z^2 + (1 - i)z - 2i = 0$., biết rằng phương trình có một nghiệm thuần ảo.

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 24)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I: **(2 điểm)** Cho hàm số : $y = x^3 + (1-2m)x^2 + (2-m)x + m + 2$ (1) (m là tham số).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi m = 2.
2) Tìm các giá trị của m để đồ thị hàm số (1) có điểm cực đại, điểm cực tiểu, đồng thời hoành độ của điểm cực tiểu nhỏ hơn 1.

Câu II: (2 điểm)

1) Giải phương trình: $\cos 3x - \cos 2x + \cos x = \dfrac{1}{2}$

2) Giải bất phương trình: $\dfrac{3\log_x 3 + 2\log_x 2}{\log_x 3 + \log_x 2} \geq 3$

Câu III: **(1 điểm)** Tính tích phân: $I = \displaystyle\int_2^6 \frac{dx}{2x + 1 + \sqrt{4x+1}}$

Câu IV: (1 điểm) Cho hình chóp lục giác đều S.ABCDEF với SA = a, AB = b. Tính thể tích của hình chóp đó và khoảng cách giữa các đường thẳng SA, BE.

Câu V: (1 điểm) Cho x, y là các số thực thoả mãn điều kiện: $x^2 + xy + y^2 \leq 3$.

Chứng minh rằng : $-(4\sqrt{3}+3) \leq x^2 - xy - 3y^2 \leq 4\sqrt{3} - 3$.

II. PHẦN RIÊNG (3 điểm)

A. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a: **(2 điểm)**

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC biết phương trình các đường thẳng chứa các cạnh AB, BC lần lượt là 4x + 3y – 4 = 0; x – y – 1 = 0. Phân giác trong của góc A nằm trên đường thẳng x + 2y – 6 = 0. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.
2) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): 3x + 2y – z + 4 = 0 và hai điểm A(4;0;0), B(0; 4; 0). Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Xác định tọa độ điểm K sao cho KI vuông góc với mặt phẳng (P) đồng thời K cách đều gốc tọa độ O và mặt phẳng (P).

Câu VII.a: **(1 điểm)** Chứng minh $3(1+i)^{2010} = 4i(1+i)^{2008} - 4(1+i)^{2006}$

B. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b: **(2 điểm)**

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng d: x – 5y – 2 = 0 và đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 8 = 0$. Xác định tọa độ các giao điểm A, B của đường tròn (C) và đường thẳng d (cho biết điểm A có hoành độ dương). Tìm tọa độ C thuộc đường tròn (C) sao cho tam giác ABC vuông ở B.
2) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng:

$$(\Delta_1):\begin{cases} x=1+t \\ y=-1-t, \\ z=2 \end{cases} \qquad (\Delta_2):\frac{x-3}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{1}$$

Xác định điểm A trên Δ_1 và điểm B trên Δ_2 sao cho đoạn AB có độ dài nhỏ nhất.

Câu VII.b: **(2 điểm)** Cho tập A= {0; 1; 2; 3; 4; 5; 6}. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau chọn trong A sao cho số đó chia hết cho 15.

www.huynhvanluong.com

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 25)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I: (2 điểm) Cho hàm số : $y=(x-m)^3-3x$ (1)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1) khi m = 1.

2) Tìm k để hệ bất phương trình sau có nghiệm: $\begin{cases} |x-1|^3-3x-k<0 \\ \frac{1}{2}\log_2 x^2+\frac{1}{3}\log_2(x-1)^3\le 1 \end{cases}$

Câu II: **(2 điểm)**

1) Tìm tổng tất cả các nghiệm x thuộc [2; 40] của phương trình: sinx – cos2x = 0.

2) Giải phương trình: $\log_{\sqrt{2}}\sqrt{x+1}-\log_{\frac{1}{2}}(3-x)-\log_8(x-1)^3=0$.

Câu III: **(1 điểm)** Tính tích phân: $I=\int_1^e\left(x+\frac{2}{x}\right)\ln x dx$.

Câu IV: (1 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD}=60^0$, SA vuông góc mặt phẳng (ABCD), SA = a. Gọi C′ là trung điểm của SC. Mặt phẳng (P) đi qua AC′ và song song với BD, cắt các cạnh SB, SD của hình chóp lần lượt tại B′, D′. Tính thể tích của khối chóp S.AB′C′D′.

Câu V: (1 điểm) Cho a, b, c là ba cạnh của một tam giác. Chứng minh bất đẳng thức:

$$\frac{ab}{c(c+a)}+\frac{bc}{a(a+b)}+\frac{ca}{b(b+c)}\ge\frac{a}{c+a}+\frac{b}{a+b}+\frac{c}{b+c}$$

II. PHẦN RIÊNG (3 điểm)

A. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho phương trình hai cạnh của một tam giác là 5x – 2y + 6 = 0 và 4x + 7y – 21 = 0. Viết phương trình cạnh thứ ba của tam giác đó, biết rằng trực tâm của nó trùng với gốc tọa độ O.

2) Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm A(4;5;6). Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A; cắt các trục tọa độ lần lượt tại I, J, K mà A là trực tâm của ΔIJK.

Câu VII.a (1 điểm) Tính tổng: $S=1.2.C_{25}^2+2.3.C_{25}^3+\ldots+24.25.C_{25}^{25}$.

B. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2+y^2-6x+5=0$. Tìm M thuộc trục tung sao cho qua M kẻ được hai tiếp tuyến của (C) mà góc giữa hai tiếp

tuyến đó bằng 60^0.

2) Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho bốn điểm A(4;5;6); B(0;0;1); C(0;2;0); D(3;0;0). Viết phương trình đường thẳng (D) vuông góc với mặt phẳng (Oxy) và cắt được các đường thẳng AB, CD.

Câu VII.b (1 điểm) Tìm số phức z thoả mãn điều kiện: $|z| = 5$ và phần thực của z bằng hai lần phần ảo của nó.

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 26)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I: **(2 điểm)** Cho hàm số $y = \dfrac{x-2}{x-1}$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2) Chứng minh rằng với mọi giá trị thực của m, đường thẳng (d) y = – x + m luôn cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B. Tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn AB.

Câu II: (2 điểm)

1) Giải bất phương trình: $\log_x 2 - \log_4 x - \dfrac{1}{2} \geq 0$

2) Giải phương trình: $\tan\left(x - \dfrac{\pi}{6}\right)\tan\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right).\sin 3x = \sin x + \sin 2x$

Câu III: **(1 điểm)** Tính tích phân $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{\left(\sin x + \sqrt{3}\cos x\right)^3}$

Câu IV: **(1 điểm)** Tính thể tích hình chóp S.ABC biết SA = a, SB = b, SC = c, $\widehat{ASB} = 60^0$, $\widehat{BSC} = 90^0$, $\widehat{CSA} = 120^0$.

Câu V: **(1 điểm)** Với mọi số thực dương a; b; c thoả mãn điều kiện a + b + c = 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \dfrac{a^3}{(1-a)^2} + \dfrac{b^3}{(1-b)^2} + \dfrac{c^3}{(1-c)^2}$

II. PHẦN RIÊNG (3 điểm)

A. Theo cương trình chuẩn:

Câu VI.a: **(2 điểm)**

1) Trong mặt phẳng với hệ trục toạ độ Oxy, cho hai đường thẳng (d_1): x + y + 1 = 0, (d_2): 2x – y – 1 = 0 . Lập phương trình đường thẳng (d) đi qua M(1;–1) cắt (d_1) và (d_2) tương ứng tại A và B sao cho $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$

2) Trong không gian với hệ trục toạ độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): x + 2y – 2z + 1 = 0 và hai điểm A(1;7; –1), B(4;2;0). Lập phương trình đường thẳng (D) là hình chiếu vuông góc của đường thẳng AB trên (P).

Câu VII.a: **(1 điểm)** Ký hiệu x_1 và x_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2x^2 - 2x + 1 = 0$.

Tính giá trị các số phức: $\frac{1}{x_1^2}$ và $\frac{1}{x_2^2}$.

B. Theo chương trình nâng cao:

Câu VI.b: **(2 điểm)**

1) Trong mặt phẳng với hệ trục toạ độ Oxy , cho hypebol (H) có phương trình $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$. Giả sử (d) là một tiếp tuyến thay đổi và F là một trong hai tiêu điểm của (H), kẻ FM $\perp$(d). Chứng minh rằng M luôn nằm trên một đường tròn cố định, viết phương trình đường tròn đó

2) Trong không gian với hệ trục toạ độ Oxyz, cho ba điểm A(1;0;0), B(0;2;0), C(0;0;3). Tìm toạ độ trưc tâm của tam giác ABC.

Câu VII.b: **(1 điểm)** Chứng minh rằng với $\forall k, n \in Z^+$ thoả mãn $3 \le k \le n$ ta luôn có:

$$C_n^k + 3C_n^{k-1} + 2C_n^{k-2} = C_{n+3}^k - C_n^{k-3} - C_n^{k-2}.$$

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 27)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I (2 điểm). Cho hàm số: $y = x^4 - (2m+1)x^2 + 2m$ (m là tham số).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 2.

2) Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số cắt trục Ox tại 4 điểm phân biệt cách đều nhau.

Câu II (2 điểm).

1) Giải phương trình :

$$2\cos x + \frac{1}{3}\cos^2\left(x+3\pi\right) = \frac{8}{3} + \sin 2(x-\pi) + 3\cos\left(x+\frac{21\pi}{2}\right) + \frac{1}{3}\sin^2 x.$$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} (1+4^{x-y}).5^{1-x+y} = 1+3^{x-y+2} & (1) \\ x^2 - 3y\sqrt{y-\frac{1}{x}} = 1-2y & (2) \end{cases}$.

Câu III (2 điểm). Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường sau :

$$y=0, \quad y=\frac{xe^x}{(x+1)^2}, \quad x=1.$$

Câu IV (1 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang AB = a, BC = a, $\widehat{BAD} = 90^0$, cạnh $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với đáy, tam giác SCD vuông tại C. Gọi H là hình chiếu của A trên SB. Tính thể tích của tứ diện SBCD và khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SCD).

Câu V (1 điểm) Cho x, y, z là các số dương thoả mãn $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=2009$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z}$

II. PHẦN RIÊNG (3 điểm)

A. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm) $x^2+y^2+2x-4y-8=0$

1) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(4;0;0)$, $B(0;0;4)$ và mặt phẳng (P): $2x - y + 2z - 4 = 0$. Tìm điểm C trên mặt phẳng (P) sao cho ΔABC đều.

2) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng d: x – 5y – 2 = 0 và đường tròn (C): $x^2+y^2+2x-4y-8=0$. Xác định tọa độ các giao điểm A, B của đường tròn (C) và đường thẳng d (cho biết điểm A có hoành độ dương). Tìm tọa độ C thuộc đường tròn (C) sao cho tam giác ABC vuông ở B.

Câu VII.a (1 điểm) Tìm phần thực của số phức : $z=(1+i)^n$.Trong đó n$\in$**N** và thỏa mãn:

$$\log_4(n-3)+\log_5(n+6)=4$$

B. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm)

1) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng:

$$d_1:\frac{x-4}{3}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+5}{-2} \quad \text{và : } d_2:\begin{cases} x=2+t \\ y=-3+3t \\ z=t \end{cases} \quad t\in\mathbb{R}.$$

Viết phương trình mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng d_1 và d_2.

2) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho hình bình hành ABCD có diện tích bằng 4. Biết A(1;0), B(0;2) và giao điểm I của hai đường chéo nằm trên đường thẳng y = x. Tìm tọa độ đỉnh C và D.

Câu VII.b (1 điểm) Cho số phức: $z=1-\sqrt{3}.i$. Hãy viết số z^n dưới dạng lượng giác biết rằng n$\in$**N** và thỏa mãn: $n^2-2n+6+4^{\log_3(n^2-2n+6)}=(n^2-2n+6)^{\log_3 5}$

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 28)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I (2 điểm). Cho hàm số $y=x^4-5x^2+4$, có đồ thị (C)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C).

2) Tìm m để phương trình $|x^4-5x^2+4|=\log_2 m$ có 6 nghiệm.

Câu II (2 điểm).

1) Giải phương trình: $\sin 2x+\sin x-\frac{1}{2\sin x}-\frac{1}{\sin 2x}=2\cot 2x$

2) Tìm m để phương trình: $m\left(\sqrt{x^2-2x+2}+1\right)+x(2-x)\le 0$ có nghiệm x $\in\left[0;1+\sqrt{3}\right]$

Câu III (1 điểm). Tính tích phân: $I=\int_0^4\frac{\sqrt{2x+1}}{1+\sqrt{2x+1}}dx$

Câu IV (1 điểm). Cho lăng trụ đứng $ABCA_1B_1C_1$ có AB = a, AC = 2a, $AA_1=2a\sqrt{5}$ và $\widehat{BAC}=120^o$. Gọi M là trung điểm của cạnh CC_1. Tính khoảng cách d từ điểm A tới mặt phẳng (A_1BM).

Câu V (1 điểm) Cho x, y, z là các số dương. Chứng minh: $3x+2y+4z\ge\sqrt{xy}+3\sqrt{yz}+5\sqrt{zx}$

II. PHẦN RIÊNG (3.0 điểm)

A. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a. (2 điểm).

1) Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho hai điểm A(–1; 3; –2), B(–3; 7; –18) và mặt phẳng (P): 2x – y + z + 1 = 0. Tìm tọa độ điểm M $\in$ (P) sao cho MA + MB nhỏ nhất.

2) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm M(3;1) và cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại B và C sao cho tam giác ABC cân tại A với A(2;–2).

Câu VII.a (1 điểm). Giải phương trình: $\log_3\left(x^2+x+1\right)-\log_3 x=2x-x^2$

B. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b. (2 điểm).

1) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm A(1;5;0), B(3;3;6) và đường thẳng Δ có phương trình tham số $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 1-t \\ z = 2t \end{cases}$. Một điểm M thay đổi trên đường thẳng Δ. Xác định vị trí của điểm M để chu vi tam giác MAB đạt giá trị nhỏ nhất.

2) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm M(4;1) và cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại A và B sao cho giá trị của tổng $OA+OB$ nhỏ nhất.

Câu VII.b (1 điểm) Giải bất phương trình: $(\log_x 8 + \log_4 x^2)\log_2 \sqrt{2x} \ge 0$

www.huynhvanluong.com

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 29)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I (2 điểm) Cho hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + m^2 + m$ (1).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số khi m = –2.

2) Tìm m để đồ thị hàm số (1) có 3 điểm cực trị lập thành một tam giác có một góc bằng 120^0.

Câu II (2 điểm)

1) Giải bất phương trình: $\left(\sqrt{x+3} - \sqrt{x-1}\right)\left(1 + \sqrt{x^2+2x-3}\right) \ge 4$

2) Giải phương trình: $\dfrac{\sqrt{2}\sin\left(\dfrac{\pi}{4} - x\right)}{\cos x}(1+\sin 2x) = 1 + \tan x$

Câu III (1 điểm) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi: $y = \dfrac{x}{1+\sin x}, y = 0, x = 0, x = \pi.$

Câu IV (1 điểm) Cho hình hộp ABCD.A′B′C′D′ có đáy ABCD là hình vuông, AB = AA′ = 2a. Hình chiếu vuông góc của A′ lên mặt phẳng đáy trùng với tâm của đáy. M là trung điểm của BC. Tính thể tích hình hộp và cosin của góc giữa hai đường thẳng AM và A′C

Câu V (1 điểm) Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \left|5\sin^3 x - 9\sin^2 x + 4\right|$

II. PHẦN RIÊNG (3 điểm)

A. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho hình bình hành ABCD có diện tích bằng 4. Biết toạ độ các đỉnh A(2; 0), B(3; 0) và giao điểm I của hai đường chéo AC và BD nằm trên đường thẳng $y = x$. Xác định toạ độ các điểm C, D.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho A(2; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 2). Tính bán

kính mặt cầu nội tiếp tứ diện OABC.

Câu VII.a (1 điểm) Chứng minh: $C_{10}^{0}.C_{20}^{10}+C_{10}^{1}.C_{20}^{9}+...+C_{10}^{9}.C_{20}^{1}+C_{10}^{10}.C_{20}^{0}=C_{30}^{10}$.

A. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2+y^2-2x-4y-5=0$ và A(0; –1) ∈ (C). Tìm toạ độ các điểm B, C thuộc đường tròn (C) sao cho ΔABC đều.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x-2y+2z-1=0$ và các đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{-3}=\frac{z}{2}$; $d_2:\frac{x-5}{6}=\frac{y}{4}=\frac{z+5}{-5}$. Tìm các điểm $M\in d_1$, $N\in d_2$ sao cho MN // (P) và cách (P) một khoảng bằng 2.

Câu VII.b (1 điểm) Tìm các số nguyen dương x, y thoả mãn: $\frac{A_{x-1}^{y}+yA_{x-1}^{y-1}}{10}=\frac{A_{x}^{y-1}}{2}=\frac{C_{x}^{y-1}}{1}$.

www.huynhvanluong.com

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 30)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I. (2,0 điểm) Cho hàm số : $y=x^3-\frac{3}{2}mx^2+\frac{1}{2}m^3$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số với m = 1.

2) Xác định m để đồ thị hàm số có các điểm cực đại, cực tiểu đối xứng với nhau qua đường thẳng y = x.

Câu II. (2,0 điểm)

1) Giải phương trình: $\tan^2 x-\tan^2 x.\sin^3 x+\cos^3 x-1=0$

2) Giải phương trình: $5.3^{2x-1}-7.3^{x-1}+\sqrt{1-6.3^x+9^{x+1}}=0$

Câu III. (1,0 điểm) Tính tích phân: $I=\int_1^{\sqrt[4]{3}}\frac{1}{x(x^4+1)}dx$

Câu IV. (1,0 điểm) Cho hình chóp S.ABC có mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết góc BAC = 120^0, tính thể tích của khối chóp S.ABC theo a.

Câu V. (1,0 điểm) Cho ba số thực dương a, b, c thỏa:

$$\frac{a^3}{a^2+ab+b^2}+\frac{b^3}{b^2+bc+c^2}+\frac{c^3}{c^2+ca+a^2}=1$$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S=a+b+c$

II. PHẦN RIÊNG (3 điểm)

A. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm)

1) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, viết phương trình mặt phẳng (P) qua O, vuông góc với mặt phẳng (Q): $x+y+z=0$ và cách điểm M$(1;2;-1)$ một khoảng bằng $\sqrt{2}$.

2) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình đường phân giác trong góc A là (d_1): x + y + 2 = 0, phương trình đường cao vẽ từ B là (d_2): 2x – y + 1 = 0, cạnh AB đi qua M(1; –1). Tìm phương trình cạnh AC.

Câu VII.a (1 điểm) Có 6 học sinh nam và 3 học sinh nữ xếp hàng dọc đi vào lớp. Hỏi có bao nhiêu cách xếp để có đúng 2 học sinh nam đứng xen kẻ 3 học sinh nữ.

B. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2,0 điểm)

1) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz , cho đường thẳng (d): $\begin{cases} x=2+4t \\ y=3+2t \\ z=-3+t \end{cases}$ và mặt phẳng (P) : $-x+y+2z+5=0$. Viết phương trình đường thẳng (Δ) nằm trong (P), song song với (d) và cách (d) một khoảng là $\sqrt{14}$.

2) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho parabol (P): $y^2=x$ và điểm I(0; 2). Tìm toạ độ hai điểm M, N ∈ (P) sao cho $\overrightarrow{IM}=4\overrightarrow{IN}$.

Câu VII.b (1 điểm) Tìm m để phương trình sau có nghiệm: $\sqrt{5-x}+\sqrt{x-1}+\sqrt{-5+6x-x^2}=m$

www.huynhvanluong.com

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 31)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I: (2 điểm) Cho hàm số: y = x^3+3x^2+mx+1 có đồ thị (C_m); (m là tham số).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số khi m = 3.

2) Xác định m để (C_m) cắt đường thẳng y = 1 tại 3 điểm phân biệt C(0; 1), D, E sao cho các tiếp tuyến của (C_m) tại D và E vuông góc với nhau.

Câu II: (2 điểm)

1) Giải phương trình: $2\cos 3x+\sqrt{3}\sin x+\cos x=0$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{x^2+91}=\sqrt{y-2}+y^2 & (1) \\ \sqrt{y^2+91}=\sqrt{x-2}+x^2 & (2) \end{cases}$

Câu III: (1 điểm) Tính tích phân: $I=\int_e^{e^2}\frac{dx}{x\ln x.\ln ex}$

Câu IV: (1 điểm) Tính thể tích của hình chóp S.ABC, biết đáy ABC là một tam giác đều cạnh a, mặt bên (SAB) vuông góc với đáy, hai mặt bên còn lại cùng tạo với đáy góc a.

Câu V: (1 điểm) Cho a,b,c là những số dương thoả mãn: $a^2+b^2+c^2=3$. Chứng minh bất đẳng thức: $\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}\ge\frac{4}{a^2+7}+\frac{4}{b^2+7}+\frac{4}{c^2+7}$

II.PHẦN RIÊNG (3 điểm)

A. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho elip (E): $4x^2+9y^2=36$ và điểm M(1; 1). Viết phương trình đường thẳng qua M và cắt (E) tại hai điểm C, D sao cho MC = MD.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, tìm trên Ox điểm A cách đều đường thẳng

$$(d): \frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+2}{2} \text{ và mặt phẳng (P) : } 2x-y-2z=0.$$

Câu VII.a (1 điểm) Cho tập hợp X = $\{0,1,2,3,4,5,6,7\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau đôi một từ X, sao cho một trong ba chữ số đầu tiên phải bằng 1.

B. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho elip (E): $5x^2+16y^2=80$ và hai điểm A(–5; –1), B(–1; 1). Một điểm M di động trên (E). Tìm giá trị lớn nhất của diện tích ΔMAB.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho hai mặt phẳng và hai đường thẳng có phương trình (P): $3x+12y-3z-5=0$ và (Q): $3x-4y+9z+7=0$

$$(d_1): \frac{x+5}{2}=\frac{y-3}{-4}=\frac{z+1}{3}, \qquad (d_2): \frac{x-3}{-2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-2}{4}.$$

Viết phương trình đường thẳng (Δ) song song với hai mặt phẳng (P), (Q) và cắt (d_1), (d_2)

Câu VII.b (1 điểm) Tìm số n nguyên dương thỏa mãn bất phương trình: $A_n^3+2C_n^{n-2}\le 9n$.

www.huynhvanluong.com

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 32)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I: (2 điểm) Cho hàm số y = $\dfrac{2x-1}{1-x}$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2) Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận, A là điểm trên (C) có hoành độ là a. Tiếp tuyến tại A của (C) cắt hai đường tiệm cận tại P và Q. Chứng tỏ rằng A là trung điểm của PQ và tính diện tích tam giác IPQ.

Câu II: (2điểm)

1) Giải bất phương trình: $\log_2(\sqrt{3x+1}+6)-1\ge\log_2(7-\sqrt{10-x})$

2) Giải phương trình: $\dfrac{\sin^6x+\cos^6x}{\cos^2x-\sin^2x}=\dfrac{1}{4}\tan 2x$

Câu III: (1 điểm) Tính tích phân: I = $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} e^{-x}\left(2x+\frac{e^x}{1+\tan^2x}\right)dx$

Câu IV: (1 điểm) Cho hình lăng trụ đứng ABCD.A’B’C’D’ có đáy ABCD là một hình thoi cạnh a, góc $\widehat{BAD}=60^0$. Gọi M là trung điểm AA′ và N là trung điểm của CC′. Chứng minh rằng bốn điểm B′, M, N, D đồng phẳng. Hãy tính độ dài cạnh AA′ theo a để tứ giác B′MDN là hình vuông.

Câu V: (1 điểm) Cho ba số thực a, b, c lớn hơn 1 có tích abc = 8. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\dfrac{1}{1+a}+\dfrac{1}{1+b}+\dfrac{1}{1+c}$

II. PHẦN RIÊNG (3 điểm)

A. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a. (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm A(2; –1) và đường thẳng d có phương trình 2x – y + 3 = 0. Lập phương trình đường thẳng (Δ) qua A và tạo với d một góc α có $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$.

2) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho 3 điểm A(3;1;1), B(0;1;4), C(–1;–3;1). Lập phương trình của mặt cầu (S) đi qua A, B, C và có tâm nằm trên mặt phẳng (P): x + y – 2z + 4 = 0.

Câu VII.a: (1 điểm) Cho tập hợp X = {0; 1; 2; 3; 4; 5; 6}. Từ các chữ số của tập X có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau và phải có mặt chữ số 1 và 2.

B. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b: (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm A(–1;1) và B(3;3), đường thẳng (Δ): 3x – 4y + 8 = 0. Lập phương trình đường tròn qua A, B và tiếp xúc với đường thẳng (Δ).

2) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho 4 điểm A(3;0;0), B(0;1;4), C(1;2;2), D(–1;–3;1). Chứng tỏ A, B, C, D là 4 đỉnh của một tứ diện và tìm trực tâm của tam giác ABC.

Câu VII.b: (1 điểm) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \log_y \sqrt{xy} = \log_x y \\ 2^x + 2^y = 3 \end{cases}$.

www.huynhvanluong.com

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 33)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I: (2 điểm) Cho hàm số $y = x^4 + mx^3 - 2x^2 - 3mx + 1$ (1).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1) khi m = 0.

2) Định m để hàm số (1) có hai cực tiểu.

Câu II: (2 điểm)

1) Giải phương trình: $\cos 3x\cos^3 x - \sin 3x\sin^3 x = \frac{2+3\sqrt{2}}{8}$

2) Giải phương trình: $2x + 1 + x\sqrt{x^2+2} + (x+1)\sqrt{x^2+2x+3} = 0$

Câu III: (1 điểm) Tính tích phân: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x+1)\sin 2x dx$.

Câu IV: (1 điểm) Cho lăng trụ ABC.A'B'C' có A′.ABC là hình chóp tam giác đều cạnh đáy AB = a, cạnh bên AA′ = b. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (A′BC). Tính $\tan\alpha$ và thể tích của khối chóp A′.BB′C′C.

Câu V: (1 điểm) Cho ba số a, b, c khác 0. Chứng minh: $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2} + \frac{c^2}{a^2} \ge \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}$.

II. PHẦN RIÊNG (3 điểm)

A. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a: (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có điểm I (6; 2) là giao điểm của 2 đường chéo AC và BD. Điểm M (1; 5) thuộc đường thẳng AB và trung điểm E của cạnh CD thuộc đường thẳng Δ: x + y – 5 = 0. Viết phương trình đường thẳng AB.

2) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): 2x – 2y – z – 4 = 0 và mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$. Chứng minh rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn. Xác định tọa độ tâm và tính bán kính của đường tròn đó.

Câu VII.a: (1 điểm) Giải bất phương trình: $9^{x^2+x-1} + 1 \geq 10.3^{x^2+x-2}$.

B. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b: (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 4x + 4y + 6 = 0$ và đường thẳng Δ: x + my – 2m + 3 = 0 với m là tham số thực. Gọi I là tâm của đường tròn (C). Tìm m để Δ cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A và B sao cho diện tích ΔIAB lớn nhất.

2) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm D(–1; 1; 1) và cắt ba trục tọa độ tại các điểm M, N, P khác gốc O sao cho D là trực tâm của tam giác MNP.

Câu VII.b: (1 điểm) Giải phương trình: $4^x - 2^{x+1} + 2(2^x - 1)\sin(2^x + y - 1) + 2 = 0$.

www.huynhvanluong.com

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 34)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I: (2 điểm): Cho hàm số: $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2) Biện luận theo m số nghiệm của phương trình: $x^4 - 2x^2 + 1 + \log_2 m = 0$ (m>0)

Câu II:(2 điểm)

1) Giải bất phương trình: $\sqrt{x^2 - 3x + 2} - \sqrt{2x^2 - 3x + 1} \geq x - 1$

2) Giải phương trình : $\cos^3 x \cos 3x + \sin^3 x \sin 3x = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$

Câu III: (1 điểm): Tính tích phân: I= $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{7\sin x - 5\cos x}{(\sin x + \cos x)^3} dx$

Câu IV: (1 điểm): Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có độ dài cạnh đáy bằng a, các mặt bên tạo với mặt đáy góc 60^o. Mặt phẳng (P) chứa AB và đi qua trọng tâm của tam giác SAC cắt SC, SD lần lượt tại M, N. Tính thể tích khối chóp S.ABMN theo a.

Câu V: (1 điểm) Cho 4 số thực a, b, c, d thoả mãn: $a^2 + b^2 = 1$; c – d = 3.

Chứng minh: $F = ac + bd - cd \leq \dfrac{9 + 6\sqrt{2}}{4}$

II.PHẦN RIÊNG (3.0 điểm)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu VI.a: (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC với A(3; –7), B(9; –5), C(–5; 9), M(–2; –7). Viết phương trình đường thẳng đi qua M và tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho hai đường thẳng:

$$d_1: \frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{2} \quad \text{và} \quad d_2: \begin{cases} x=-1-2t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$$

Xét vị trí tương đối của d_1 và d_2. Viết phương trình đường thẳng qua O, cắt d_2 và vuông góc với d_1

Câu VII.a: (1 điểm) Một hộp đựng 5 viên bi đỏ, 6 viên bi trắng và 7 viên bi vàng. Người ta chọn ra 4 viên bi từ hộp đó. Hỏi có bao nhiêu cách chọn để trong số bi lấy ra không có đủ cả ba màu?

B. Theo chương trình Nâng cao :

Câu VI.b: (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh A(1; 3) và hai đường trung tuyến của nó có phương trình là: x – 2y + 1 = 0 và y – 1 = 0. Hãy viết phương trình các cạnh của ΔABC.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho hai điểm A(0; 0;–3), B(2; 0;–1) và mặt phẳng (P) có phương trình: $3x-8y+7z+1=0$. Viết phương trình chính tắc đường thẳng d nằm trên mặt phẳng (P) và d vuông góc với AB tại giao điểm của đường thẳng AB với (P).

Câu VII.b: (1 điểm) Tìm hệ số x^3 trong khai triển $\left(x^2+\frac{2}{x}\right)^n$ biết n thoả mãn:

$$C_{2n}^1+C_{2n}^3+...+C_{2n}^{2n-1}=2^{23}$$

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 35)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I (2 điểm) Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{2x+3}$ (1).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).

2) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1), biết tiếp tuyến đó cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B sao cho ΔOAB cân tại gốc tọa độ O.

Câu II (2 điểm)

1) Giải phương trình: $\cot x+\sqrt{3+\tan x+2\cot 2x}=3$.

2) Giải phương trình: $x^2-2(x+1)\sqrt{3x+1}=2\sqrt{2x^2+5x+2}-8x-5$.

Câu III (1 điểm) Tính tích phân : $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\cos x-\sin x}{\sqrt{3-\sin 2x}}dx$.

Câu IV (1 điểm) Cho hình lập phương ABCD.A′B′C′D′ cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh CD, A′D′. Điểm P thuộc cạnh DD’ sao cho PD′ = 2PD. Chứng tỏ (MNP) vuông góc với (A′AM) và tính thể tích của khối tứ diện A′AMP.

Câu V (1 điểm) Cho a, b, c là 3 cạnh của tam giác có chu vi bằng 3. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\dfrac{(a+b-c)^3}{3c}+\dfrac{(b+c-a)^3}{3a}+\dfrac{(c+a-b)^3}{3b}$.

II. PHẦN RIÊNG (3 điểm)

A. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a. (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $(x-1)^2+(y+1)^2=25$ và điểm M(7; 3). Lập phương trình đường thẳng (d) đi qua M cắt (C) tại A, B phân biệt sao cho MA = 3MB.

2) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P) : x – 2y + 2z – 1 = 0 và hai đường thẳng $\Delta_1: \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+9}{6}$; $\Delta_2: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$. Xác định tọa độ điểm M thuộc đường thẳng Δ_1 sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ_2 và khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng nhau.

Câu VII.a (1 điểm) Gọi z_1 và z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình: $z^2+2z+10=0$.

Tính giá trị của biểu thức: $A=|z_1|^2+|z_2|^2$.

B. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có A(3; 3), B(2; –1), C(11; 2). Viết phương trình đường thẳng đi qua A và chia ΔABC thành hai phần có tỉ số diện tích bằng 2.

2) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho, đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng (P): x + 3y + 2z + 2 = 0. Lập phương trình đường thẳng d′ đi qua điểm M(2; 2; 4), song song với mặt phẳng (P) và cắt đường thẳng d.

Câu VII.b (1 điểm) Giải phương trình: $\log_2\left(1+\sqrt[3]{x}\right)=\log_7 x$.

www.huynhvanluong.com

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 36)

I. PHẦN CHUNG (7 điểm)

Câu I (2 điểm): Cho hàm số $y=x^4-2(m^2-m+1)x^2+m-1$ (1)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 1.

2) Tìm *m* để đồ thị của hàm số (1) có khoảng cách giữa hai điểm cực tiểu ngắn nhất.

Câu II (2 điểm):

1) Giải phương trình: $2\cos^2\left(\dfrac{\pi}{4}-3x\right)-4\cos 4x-15\sin 2x=21$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3-6x^2y+9xy^2-4y^3=0 \\ \sqrt{x-y}+\sqrt{x+y}=2 \end{cases}$

Câu III (1 điểm): Tính tích phân: $I=\displaystyle\int_{\ln 4}^{\ln 6}\frac{e^{2x}}{e^x+6e^{-x}-5}dx$

Câu IV (1 điểm): Cho khối chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, với AB = 2AD = 2a, sạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD), cạnh SC tạo với mặt đáy (ABCD) một góc 45^0. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB, mặt phẳng (GCD) cắt SA, SB lần lượt tại P và Q. Tính thể tích khối chóp S.PQCD theo a.

Câu V (1 điểm): Cho *x* và *y* là hai số dương thoả mãn $x+y=2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{x^3+y^2}{x^2}+\frac{x^2+y^3}{y^2}+\frac{3}{2x}+\frac{3}{2y}$$

II. PHẦN TỰ CHỌN (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho hình thoi ABCD có cạnh bằng 5 đơn vị, biết toạ độ đỉnh A(1; 5), hai đỉnh B, D nằm trên đường thẳng (d): $x-2y+4=0$. Tìm toạ độ các đỉnh B, C, D.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho mặt phẳng (P): $2x-y+z-1=0$ và hai đường thẳng (d_1): $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-3}{3}$, ($d_2$): $\frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-2}{2}$. Viết phương trình đường thẳng (Δ) song song với mặt phẳng (P), vuông góc với đường thẳng (d_1) và cắt đường thẳng (d_2) tại điểm E có hoành độ bằng 3.

Câu VII.a (1 điểm): Trên tập số phức cho phương trình $z^2+az+i=0$. Tìm *a* để phương trình trên có tổng các bình phương của hai nghiệm bằng $-4i$.

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy,* cho đường tròn (C): $x^2+y^2-6x-2y+5=0$ và đường thẳng (d): $3x+y-3=0$. Lập phương trình tiếp tuyến với đường tròn (C), biết tiếp tuyến không đi qua gốc toạ độ và hợp với đường thẳng (d) một góc 45^0.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz,* cho hai đường thẳng (d_1): $\frac{x-3}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-2}$, ($d_2$): $\frac{x-2}{-1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{1}$. Một đường thẳng (Δ) đi qua điểm A(1; 2; 3), cắt đường thẳng (d_1) tại điểm B và cắt đường thẳng (d_2) tại điểm C. Chứng minh rằng điểm B là trung điểm của đoạn thẳng AC.

Câu VII.b (1 điểm): Tìm giá trị *m* để hàm số $y=\frac{x^2+(m^2-1)x-m^2+m}{x-1}$ đồng biến trên các khoảng của tập xác định và tiệm cận xiên của đồ thị đi qua điểm M(1; 5).

www.huynhvanluong.com

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 37)

I. PHẦN CHUNG (7 điểm)

Câu I (2 điểm): Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+\frac{8}{3}$ (1)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2) Lập phương trình đường thẳng *d* song song với trục hoành và cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB cân tại O (O là gốc toạ độ).

Câu II (2 điểm):

1) Giải phương trình: $(1-4\sin^2 x)\sin 3x=\frac{1}{2}$

2) Giải phương trình: $x^2-3x+1=-\tan\frac{\pi}{6}\sqrt{x^2+x^2+1}$

Câu III (1 điểm): Tính tích phân: $I=\int_{-2}^{2}(x^5+x^2)\sqrt{4-x^2}\,dx$

Câu IV (1 điểm): Cho hình chóp đều S.ABCD có cạnh đáy bằng *a*, cạnh bên hợp với đáy góc 60^0. Gọi M là điểm đối xứng với C qua D, N là trung điểm của SC. Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp thành hai phần. Tính tỉ số thể tích của hai phần đó.

Câu V (1 điểm): Cho x, y, z là các số dương thoả mãn $x^2+y^2+z^2=1$. Chứng minh:

$$P = \frac{x}{y^2+z^2}+\frac{y}{z^2+x^2}+\frac{z}{x^2+y^2} \ge \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

II. PHẦN TỰ CHỌN (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho đường tròn (C): $(x-1)^2+(y+2)^2=9$ và đường thẳng *d*: $x+y+m=0$. Tìm *m* để trên đường thẳng *d* có duy nhất một điểm A mà từ đó kẻ được hai tiếp tuyến AB, AC tới đường tròn (C) sao cho tam giác ABC vuông (B, C là hai tiếp điểm).

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, viết phương trình mặt phẳng (P) qua O, vuông góc với mặt phẳng (Q): $x+y+z=0$ và cách điểm M(1; 2; –1) một khoảng bằng $\sqrt{2}$.

Câu VII.a (1 điểm): Tìm hệ số của x^8 trong khai triển nhị thức Niu–tơn của $\left(x^2+2\right)^n$, biết:

$$A_n^3-8C_n^2+C_n^1=49 \text{ (n} \in \text{N, n} > 3).$$

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy,* cho đường thẳng *d*: $x-y-1=0$ và hai đường tròn có phương trình: (C_1): $(x-3)^2+(y+4)^2=8$, (C_2): $(x+5)^2+(y-4)^2=32$

Viết phương trình đường tròn (C) có tâm I thuộc *d* và tiếp xúc ngoài với (C_1) và (C_2).

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz,* cho điểm A(3; –1; 1), đường thẳng Δ: $\frac{x}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{2}$ và mặt phẳng (P): $x-y+z-5=0$. Viết phương trình tham số của đường thẳng *d* đi qua A, nằm trong (P) và hợp với đường thẳng Δ một góc 45^0.

Câu VII.b (1 điểm): Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \lg^2 x=\lg^2 y+\lg^2(xy) \\ \lg^2(x-y)+\lg x.\lg y=0 \end{cases}$

www.huynhvanluong.com

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 38)

I. PHẦN CHUNG (7 điểm)

Câu I (2 điểm): Cho hàm số $y=x^4+mx^2-m-1$ (C_m)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi *m* = –2.

2) Chứng minh rằng khi *m* thay đổi thì (C_m) luôn luôn đi qua hai điểm cố định A, B. Tìm *m* để các tiếp tuyến tại A và B vuông góc với nhau.

Câu II (2 điểm):

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+5x+y=9 \\ 3x^3+x^2y+2xy+6x^2=18 \end{cases}$

2) Giải phương trình: $\sin x+\frac{1}{2}\sin 2x=1+\cos x+\cos^2 x$

Câu III (1 điểm): Tính tích phân: $I=\int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}}\frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}dx$

Câu IV (1 điểm): Cho hình lập phương ABCD.A′B′C′D′ cạnh a. Gọi K là trung điểm của cạnh BC và I là tâm của mặt bên CC′D′D. Tính thể tích của các hình đa diện do mặt phẳng (AKI) chia hình lập phương.

Câu V (1 điểm): Cho x, y là hai số thực thoả mãn $x^2 - xy + y^2 = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức: M = $x^2 + 2xy - 3y^2$.

II. PHẦN TỰ CHỌN (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho tam giác ABC có điểm M(–1; 1) là trung điểm của cạnh BC, hai cạnh AB, AC lần lượt nằm trên hai đường thẳng d_1: $x + y - 2 = 0$ và d_2: $2x + 6y + 3 = 0$. Tìm toạ độ các đỉnh A, B, C.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + 2 = 0$ và đường thẳng d: $\dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z}{1}$. Lập phương trình mặt phẳng (P) song song với d và trục *Ox*, đồng thời tiếp xúc với mặt cầu (S).

Câu VII.a (1 điểm): Giải phương trình sau trên tập số phức: $(z^2 + 9)(z^4 + 2z^2 - 4) = 0$

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy,* cho tam giác ABC có A(2; –3), B(3; –2), diện tích tam giác bằng 1,5 và trọng tâm I nằm trên đường thẳng *d*: $3x - y - 8 = 0$. Tìm toạ độ điểm C.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz,* cho hai đường thẳng d_1: $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z}{2}$ và d_2: $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{-2}$. Lập phương trình đường thẳng *d* cắt d_1 và d_2 và vuông góc với mặt phẳng (P): $2x + y + 5z + 3 = 0$.

Câu VII.b (1 điểm): Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + mx + m - 1}{mx + 1}$ (*m* là tham số). Tìm *m* để hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

www.huynhvanluong.com

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 39)

I. PHẦN CHUNG (7 điểm)

Câu I (2 điểm): Cho hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2) Gọi M là giao điểm của hai đường tiệm cận của (C). Tìm trên đồ thị (C) điểm I có hoành độ dương sao cho tiếp tuyến tại I với đồ thị (C) cắt hai đường tiệm cận tại A và B thoả mãn: $MA^2 + MB^2 = 40$.

Câu II (2 điểm):

1) Giải bất phương trình: $\sqrt{x-3} \le \sqrt{x+12} - \sqrt{2x+1}$

2) Giải phương trình: $\dfrac{3\sin x + 3\tan x}{\tan x - \sin x} - 2\cos x = 2$

Câu III (1 điểm): Tính tích phân: I = $\displaystyle\int_1^2 \frac{x^2}{x^2 - 7x + 12}dx$

Câu IV (1 điểm): Cho đường tròn (C) đường kính AB = 2R. Trên nửa đường thẳng Ax vuông góc với mặt phẳng chứa (C) lấy điểm S sao cho SA = h. Gọi M là điểm chính giữa cung AB. Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với SB, cắt SB, SM lần lượt tại H và K.. Tính thể tích của khối chóp S.AHK theo R và h.

Câu V (1 điểm): Cho *a, b, c* là những số dương thoả mãn: $a^2+b^2+c^2=3$. Chứng minh bất đẳng thức: $$\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}\ge\frac{4}{a^2+7}+\frac{4}{b^2+7}+\frac{4}{c^2+7}$$

II. PHẦN TỰ CHỌN (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho tam giác ABC có đỉnh $A\left(\frac{4}{5};\frac{7}{5}\right)$ và phương trình hai đường phân giác trong BB′: $x-2y-1=0$ và CC′: $x+3y-1=0$. Chứng minh tam giác ABC vuông.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho hai đường thẳng $(d_1):\frac{x+8}{2}=\frac{y-6}{1}=\frac{z-10}{-1}$ và $(d_2):\begin{cases}x=t\\y=2-t\\z=-4+2t\end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng *(d)* song song với trục *Ox* và cắt *(d_1)* tại A, cắt *(d_2)* tại B. Tính AB.

Câu VII.a (1 điểm): Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z=(2-2i)(3+2i)(5-4i)-(2+3i)^3$.

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy,* cho tam giác ABC vuông cân tại A, biết các đỉnh A, B, C lần lượt nằm trên các đường thẳng *d*: $x+y-5=0$, *d_1*: $x+1=0$, *d_2*: $y+2=0$. Tìm toạ độ các đỉnh A, B, C, biết BC = $5\sqrt{2}$.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz,* cho điểm M(2; 1; 0) và đường thẳng Δ: $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{-1}$. Lập phương trình của đường thẳng *d* đi qua điểm M, cắt và vuông góc với Δ.

Câu VII.b (1 điểm): Giải hệ phương trình: $\begin{cases}9x^2-4y^2=5\\ \log_5(3x+2y)-\log_3(3x-2y)=1\end{cases}$.

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 40)

I. PHẦN CHUNG (7 điểm)

Câu I (2 điểm): Cho hàm số $y=x^3+2mx^2+(m+3)x+4$ (C_m).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi *m* = 1.

2) Cho điểm I(1; 3). Tìm *m* để đường thẳng *d*: $y=x+4$ cắt (C_m) tại 3 điểm phân biệt A(0; 4), B, C sao cho ΔIBC có diện tích bằng $8\sqrt{2}$.

Câu II (2 điểm):

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x-2y-\sqrt{xy}=0\\ \sqrt{x-1}+\sqrt{4y-1}=2\end{cases}$.

2) Giải phương trình: $\frac{1}{\tan x+\cot 2x}=\frac{\sqrt{2}(\cos x-\sin x)}{\cot x-1}$

Câu III (1 điểm): Tính giới hạn: A = $\lim\limits_{x\to0}\frac{\cos x\sin x-\tan x}{x^2\sin x}$

Câu IV (1 điểm): Cho hình lập phương ABCD.A′B′C′D′ cạnh bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và C′D′. Tính thể tích khối chóp B′.A′MCN và cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (A′MCN) và (ABCD).

Câu V (1 điểm): Cho x, y, z là những số dương thoả mãn: $x^2+y^2+z^2=xyz$. Chứng minh bất đẳng thức:

$$\frac{x}{x^2+yz}+\frac{y}{y^2+xz}+\frac{z}{z^2+xy}\le\frac{1}{2}$$

II. PHẦN TỰ CHỌN (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho hai đường tròn (C_1): $x^2+y^2=13$ và (C_2): $(x-6)^2+y^2=25$. Gọi A là một giao điểm của (C_1) và (C_2) với $y_A > 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và cắt (C_1), (C_2) theo hai dây cung có độ dài bằng nhau.

2) Giải phương trình: $\left(\sqrt{5}-1\right)^x+\left(\sqrt{5}+1\right)^x-2^{x+\frac{3}{2}}=0$

Câu VII.a (1 điểm): Chứng minh rằng với $\forall n \in N^*$, ta có: $2C_{2n}^2+4C_{2n}^4+...+2nC_{2n}^{2n}=\frac{n}{2}4^n$.

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy,* cho hình chữ nhật ABCD có diện tích bằng 12, tâm $I\left(\frac{9}{2};\frac{3}{2}\right)$ và trung điểm M của cạnh AD là giao điểm của đường thẳng d: $x-y-3=0$ với trục Ox. Xác định toạ độ của các điểm A, B, C, D biết $y_A > 0$.

2) Giải bất phương trình: $\log_3\sqrt{x^2-5x+6}+\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{x-2}>\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{x+3}$

Câu VII.b (1 điểm): Tìm a để đồ thị hàm số $y=\frac{-x^2+x+a}{x+a}$ (C) có tiệm cận xiên tiếp xúc với đồ thị của hàm số (C′): $y=x^3-6x^2+8x-3$.

www.huynhvanluong.com

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 41)

I. PHẦN CHUNG (7 điểm)

Câu I (2 điểm): Cho hàm số $y=x^3+3x^2+mx+1$ có đồ thị (C_m) (m là tham số).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi $m = 3$.

2) Xác định m để (C_m) cắt đường thẳng d: $y = 1$ tại 3 điểm phân biệt C(0; 1), D, E sao cho các tiếp tuyến của (C_m) tại D và E vuông góc với nhau.

Câu II (2 điểm):

1) Giải phương trình: $2\cos 3x+\sqrt{3}\sin x+\cos x=0$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}8x^3y^3+27=7y^3 & (1)\\ 4x^2y+6x=y^2 & (2)\end{cases}$

Câu III (1 điểm): Tính tích phân: $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \sqrt{\sin^2 x + \frac{1}{2}}.dx$

Câu IV (1 điểm): Tính thể tích của khối chóp S.ABC, biết đáy ABC là một tam giác đều cạnh a, mặt bên (SAB) vuông góc với đáy, hai mặt bên còn lại cùng tạo với đáy góc α.

Câu V (1 điểm): Cho *x, y, z* là các số dương thoả mãn: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=2010$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{1}{2x+y+z}+\frac{1}{x+2y+z}+\frac{1}{x+y+2z}$$

II. PHẦN TỰ CHỌN (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho phương trình hai cạnh của một tam giác là $5x-2y+6=0$ và $4x+7y-21=0$. Viết phương trình cạnh thứ ba của tam giác đó, biết rằng trực tâm của nó trùng với gốc tọa độ O.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, tìm trên trục *Ox* điểm A cách đều đường thẳng (d) : $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+2}{2}$ và mặt phẳng (P): $2x-y-2z=0$.

Câu VII.a (1 điểm): Cho tập hợp $X = \{0,1,2,3,4,5,6,7\}$. Từ X có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau đôi một, sao cho một trong ba chữ số đầu tiên phải bằng 1.

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy,* cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$. Tìm điểm M thuộc trục tung sao cho qua M kẻ được hai tiếp tuyến của (C) mà góc giữa hai tiếp tuyến đó bằng 60^0.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho hai đường thẳng: (d_1): $\begin{cases} x=2t \\ y=t \\ z=4 \end{cases}$ và (d_2) : $\begin{cases} x=3-t \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$.

Chứng minh (d_1) và (d_2) chéo nhau. Viết phương trình mặt cầu (S) có đường kính là đoạn vuông góc chung của (d_1) và (d_2).

Câu VII.b (1 điểm): Giải phương trình sau trên tập hợp số phức: $z^4 - z^3 + 6z^2 - 8z - 16 = 0$.

www.huynhvanluong.com

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 42)

I. PHẦN CHUNG (7 điểm)

Câu I (2 điểm): Cho hàm số $y=\frac{2x-4}{x+1}$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2) Tìm trên đồ thị (C), hai điểm đối xứng nhau qua đường thẳng MN, biết M(–3; 0), N(–1; –1).

Câu II (2 điểm):

1) Giải phương trình: $4\cos^4 x-\cos 2x-\frac{1}{2}\cos 4x+\cos\frac{3x}{4}=\frac{7}{2}$

2) Giải phương trình: $3^x.2x = 3^x + 2x + 1$

Câu III (1 điểm): Tính tích phân: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1+\sin x}{1+\cos x}\right) e^x dx$

Câu IV (1 điểm): Tính thể tích khối chóp S.ABC, biết SA = *a*, SB = *b*, SC = *c*, $\widehat{ASB} = 60^0$, $\widehat{BSC} = 90^0$, $\widehat{CSA} = 120^0$.

Câu V (1 điểm): Cho các số dương *x, y,* z thoả mãn: *xyz* = 8. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \sqrt{\log_2^2 x + 1} + \sqrt{\log_2^2 y + 1} + \sqrt{\log_2^2 z + 1}$$

II. PHẦN TỰ CHỌN (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho 2 đường thẳng d_1: $x + y + 1 = 0$ và d_2: $2x - y - 1 = 0$. Lập phương trình đường thẳng *d* đi qua M(1; 1) và cắt d_1, d_2 tương ứng tại A, B sao cho $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho mặt phẳng (P): $x + 2y - 2z + 1 = 0$ và hai điểm A(1; 7; –1), B(4; 2; 0). Lập phương trình đường thẳng *d* là hình chiếu vuông góc của đường thẳng AB lên mặt phẳng (P).

Câu VII.a (1 điểm): Kí hiệu x_1, x_2 là các nghiệm phức của phương trình $2x^2 - 2x + 1 = 0$. Tính giá trị các biểu thức $\frac{1}{x_1^2}$ và $\frac{1}{x_2^2}$.

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy,* cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3 = 0$ và điểm M(0; 2). Viết phương trình đường thẳng *d* qua M và cắt (C) tại hai điểm A, B sao cho AB có độ dài ngắn nhất.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho 3 điểm A(1; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 3). Tìm toạ độ trực tâm của tam giác ABC.

Câu VII.b (1 điểm): Tìm các giá trị *x*, biết trong khai triển Newton $\left(\sqrt{2^{\lg(10-3^x)}} + \sqrt[5]{2^{(x-2)\lg 3}}\right)^n$ số hạng thứ 6 bằng 21 và $C_n^1 + C_n^3 = 2C_n^2$.

www.huynhvanluong.com

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 43)

I. PHẦN CHUNG (7 điểm)

Câu I (2 điểm): Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2) Gọi I là giao điểm hai tiệm cận của (C). Tìm điểm M thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M vuông góc với đường thẳng MI.

Câu II (2 điểm):

1) Giải phương trình: $\cos\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{6}\right)+\cos\left(\frac{\pi}{3}-x\right)+\cos\left(\frac{3x}{2}-\frac{\pi}{2}\right)+\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)=0$

2) Giải phương trình: $\sqrt[4]{x-\sqrt{x^2-1}}+\sqrt{x+\sqrt{x^2+1}}=2$

Câu III (1 điểm): Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường: (C): $x=(y-1)^2+1$, (d): $y=-x+4$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành do hình (H) quay quanh trục Oy.

Câu IV (1 điểm): Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi, cạnh a, $\widehat{ABC}=60^0$, chiều cao SO của hình chóp bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$, trong đó O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Gọi M là trung điểm của AD, mặt phẳng (P) chứa BM và song song với SA, cắt SC tại K. Tính thể tích khối chóp K.BCDM.

Câu V (1 điểm): Cho các số dương x, y, z thoả mãn: $x^2+y^2+z^2=1$. Chứng minh:

$$\frac{x}{y^2+z^2}+\frac{y}{z^2+x^2}+\frac{z}{x^2+y^2}\geq\frac{3\sqrt{3}}{2}$$

II. PHẦN TỰ CHỌN (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường tròn (C) có tâm O, bán kính R = 5 và điểm M(2; 6). Viết phương trình đường thẳng d qua M, cắt (C) tại 2 điểm A, B sao cho ΔOAB có diện tích lớn nhất.

2) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+y+z+3=0$ và điểm A(0; 1; 2). Tìm toạ độ điểm A′ đối xứng với A qua mặt phẳng (P).

Câu VII.a (1 điểm): Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6 thiết lập tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau. Hỏi trong các số đó có bao nhiêu số mà hai chữ số 1 và 6 không đứng cạnh nhau.

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh C(4; 3). Biết phương trình đường phân giác trong (AD): $x+2y-5=0$, đường trung tuyến (AM): $4x+13y-10=0$. Tìm toạ độ đỉnh B.

2) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng: (d_1): $\begin{cases}x=-23+8t\\y=-10+4t\\z=t\end{cases}$ và (d_2): $\frac{x-3}{2}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z}{1}$. Viết phương trình đường thẳng (d) song song với trục Oz và cắt cả hai đường thẳng (d_1), (d_2).

Câu VII.b (1 điểm): Tìm a để hệ phương trình sau có nghiệm:

$$\begin{cases}3^x-4\geq 5^{\frac{x}{2}}\\1+\log_2(a-x)\geq\log_2(x^4+1)\end{cases}$$

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 44)

I. PHẦN CHUNG (7 điểm)

Câu I (2 điểm): Cho hàm số $y=\frac{(2m-1)x-m^2}{x-1}$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = –1.

2) Tìm m để đồ thị của hàm số tiếp xúc với đường thẳng $y=x$.

Câu II (2 điểm):

1) Giải phương trình: $2-\sqrt{3}\cos 2x+\sin 2x=4\cos^2 3x$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+y^2+\dfrac{2xy}{x+y}=1 \\ \sqrt{x+y}=x^2-y \end{cases}$

Câu III (1 điểm): Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sin x}{(\sin x+\cos x)^3}dx$

Câu IV (1 điểm): Cho hình lăng trụ tam giác ABC.A′B′C′có đáy là tam giác đều cạnh bằng *a*, A′M ⊥ (ABC), A′M = $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ (M là trung điểm cạnh BC). Tính thể tích khối đa diện ABA′B′C.

Câu V (1 điểm): Cho các số thực *x, y*. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P=\sqrt{x^2+y^2-4y+4}+\sqrt{x^2+y^2+4y+4}+|x-4|$$

II. PHẦN TỰ CHỌN (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho elip (E): $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{25}=1$. Tìm các điểm M ∈ (E) sao cho $\widehat{F_1MF_2}=120^0$ (F_1, F_2 là hai tiêu điểm của (E)).

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho 3 điểm A(3; 1; 1), B(7; 3; 9), C(2; 2; 2) và mặt phẳng (P) có phương trình: $x+y=z+3=0$. Tìm trên (P) điểm M sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất.

Câu VII.a (1 điểm): Gọi a_1, a_2, …, a_{11} là các hệ số trong khai triển sau: $(x+1)^{10}(x+2)=x^{11}+a_1x^{10}+a_2x^9+...+a_{11}$. Tìm hệ số a_5.

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy,* cho đường tròn (C): $(x-3)^2+(y-4)^2=35$ và điểm A(5; 5). Tìm trên (C) hai điểm B, C sao cho tam giác ABC vuông cân tại A.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho điểm M(2; 1; 2) và đường thẳng *d*: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-3}{1}$. Tìm trên *d* hai điểm A, B sao cho tam giác ABM đều.

Câu VII.b (1 điểm): Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} \log_{2010}\left(\dfrac{2y}{x}\right)=x-2y \\ \dfrac{x^3+y^3}{xy}=x^2+y^2 \end{cases}$$

www.huynhvanluong.com

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 45)

I. PHẦN CHUNG (7 điểm)

Câu I (2 điểm): Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{2x+3}$ (1).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).

2) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến đó cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B và tam giác OAB cân tại O.

Câu II (2 điểm):

1) Giải phương trình: $\dfrac{(1-2\sin x)\cos x}{(1+2\sin x)(1-\sin x)}=\sqrt{3}$

2) Giải hệ phương trình: $2\sqrt[3]{3x-2}+3\sqrt{6-5x}-8=0$

Câu III (1 điểm): Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\cos^3 x-1)\cos^2 x.dx$

Câu IV (1 điểm): Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và D; AB = AD = 2*a*, CD = *a*; góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABCD) bằng 60^0. Gọi I là trung điểm của AD. Hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Tính thể tích khối chóp S.ABCD theo *a*.

Câu V (1 điểm): Cho các số thực dương *x, y, z* thoả mãn: $x(x+y+z)=3yz$. Chứng minh:

$$(x+y)^3+(x+z)^3+3(x+y)(x+z)(y+z)\le 5(y+z)^3$$

II. PHẦN TỰ CHỌN (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho hình chữ nhật ABCD có giao điểm hai đường chéo AC và BD là điểm I(6; 2). Điểm M(1; 5) thuộc đường thẳng AB và trung điểm E của cạnh CD thuộc đường thẳng Δ: $x+y-5=0$. Viết phương trình đường thẳng AB.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho mặt phẳng (P): $2x-2y-z-4=0$ và mặt cầu (S) có phương trình: $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-11=0$. Chứng minh rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn. Xác định tâm và tính bán kính của đường tròn đó.

Câu VII.a (1 điểm): Gọi z_1,z_2 là các nghiệm phức của phương trình: $z^2+2z+10=0$. Tính giá trị của biểu thức:

$$A=|z_1|^2+|z_2|^2.$$

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy,* cho đường tròn (C): $x^2+y^2+4x+4y+6=0$ và đường thẳng Δ có phương trình: $x+my-2m+3=0$. Gọi I là tâm đường tròn (C). Tìm *m* để Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho diện tích tam giác IAB lớn nhất.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho mặt phẳng (P): $x-2y+2z-1=0$ và hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 có phương trình Δ_1: $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+9}{6}$, Δ_2: $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$. Xác định toạ độ điểm M thuộc đường thẳng Δ_1 sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ_2 bằng khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P).

Câu VII.b (1 điểm): Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases}\log_2(x^2+y^2)=1+\log_2(xy)\\ 3^{x^2-xy+y^2}=81\end{cases}$$

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 46)

I. PHẦN CHUNG (7 điểm)

Câu I (2 điểm): Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+3x.$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (*C*), biết tiếp tuyến này đi qua gốc tọa độ *O*.

Câu II (2 điểm):

1) Giải phương trình: $\sqrt{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=3\sin x+\cos x+2$.

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}2y^2-x^2=1\\2x^3-y^3=2y-x\end{cases}$

Câu III (1 điểm): Tìm các giá trị của tham số *m* để phương trình: $m\sqrt{x^2-2x+2}=x+2$ có 2 nghiệm phân biệt.

Câu IV (1 điểm): Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có tất cả các cạnh đều bằng *a*. Tính theo *a* thể tích khối chóp S.ABCD và tính bán kính mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hình chóp đó.

Câu V (1 điểm): Với mọi số thực *x, y* thỏa điều kiện $2\left(x^2+y^2\right)=xy+1$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\frac{x^4+y^4}{2xy+1}$.

II. PHẦN TỰ CHỌN (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm):

1) Giải phương trình: $2.27^x+18^x=4.12^x+3.8^x$.

2) Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\frac{\tan x}{1+\cos^2 x}$.

Câu VII.a (1 điểm): Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho điểm $I\left(1;-2;3\right)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục *Oy*.

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm):

1) Giải bất phương trình: $x^{4+\log_3 x}>243$.

2) Tìm *m* để hàm số $y=\frac{mx^2-1}{x}$ có 2 điểm cực trị *A*, *B* và đoạn *AB* ngắn nhất.

Câu VII.b (1 điểm): Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy*, cho đường tròn $\left(C\right):x^2+y^2+2x=0$. Viết phương trình tiếp tuyến của $\left(C\right)$, biết góc giữa tiếp tuyến này và trục tung bằng 30^o.

www.huynhvanluong.com

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 47)

I. PHẦN CHUNG (7 điểm)

Câu I (2 điểm): Cho hàm số $y=x^4-2m^2x^2+m^4+2m$ (*1*), với *m* là tham số.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi *m* = 1.

2) Chứng minh đồ thị hàm số (*1*) luôn cắt trục *Ox* tại ít nhất hai điểm phân biệt, với mọi $m<0$.

Câu II (2 điểm):

1) Giải phương trình: $2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)+4\sin x=1$

2) Tìm các giá trị của tham số *m* sao cho hệ phương trình $\begin{cases}2y-x=m\\ y+\sqrt{xy}=1\end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

Câu III (1 điểm): Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{(x-1)^2}{(2x+1)^4}$.

Câu IV (1 điểm): Cho khối tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh *BC*, *BD*, *AC* lần lượt lấy các điểm *M*, *N*, *P* sao cho $BC=4BM$, $BD=2BN$ và $AC=3AP$. Mặt phẳng (*MNP*) chia khối tứ diện *ABCD* làm hai phần. Tính tỉ số thể tích giữa hai phần đó.

Câu V (1 điểm): Với mọi số thực dương $x;y;z$ thỏa điều kiện $x+y+z\le 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P=x+y+z+2\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right).$$

II. PHẦN TỰ CHỌN (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm):

1) Giải phương trình: $2x^{\log_4 x}=8^{\log_2\sqrt{x}}$.

2) Viết phương trình các đường thẳng cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt sao cho hoành độ và tung độ của mỗi điểm đều là các số nguyên.

Câu VII.a (1 điểm): Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho đường thẳng $(d): 2x-y-4=0$. Lập phương trình đường tròn tiếp xúc với các trục tọa độ và có tâm ở trên đường thẳng (*d*).

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm):

1) Giải bất phương trình: $2\left(1+\log_2 x\right)\log_4 x+\log_8 x<0$

2) Tìm *m* để đồ thị hàm số $y=x^3+(m-5)x^2-5mx$ có điểm uốn ở trên đồ thị hàm số $y=x^3$.

Câu VII.b (1 điểm): Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho các điểm $A(-1;3;5)$, $B(-4;3;2)$, $C(0;2;1)$. Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC*.

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 48)

I. PHẦN CHUNG (7 điểm)

Câu I (2 điểm): Cho hàm số $y=\dfrac{x-3}{x+1}$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2) Viết phương trình đường thẳng *d* qua điểm $I(-1;1)$ và cắt đồ thị (*C*) tại hai điểm *M*, *N* sao cho *I* là trung điểm của đoạn *MN*.

Câu II (2 điểm):

1) Giải phương trình: $\cos 3x + \sin 2x = \sqrt{3}(\sin 3x + \cos 2x)$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3(x^3 - y^3) = 4xy \\ x^2y^2 = 9 \end{cases}$

Câu III (1 điểm): Tìm các giá trị của tham số m để phương trình: $(m-2)\left(1+\sqrt{x^2+1}\right) = x^2 - m$ có nghiệm.

Câu IV (1 điểm): Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy là *a* và khoảng cách từ *A* đến mặt phẳng (*A'BC*) bằng $\frac{a}{2}$. Tính theo *a* thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Câu V (1 điểm): Chứng minh $\frac{a^2}{a+b} + \frac{b^2}{b+c} + \frac{c^2}{c+a} + \frac{1}{2}\left(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}\right) \geq a+b+c$ với mọi số dương $a;b;c$.

II. PHẦN TỰ CHỌN (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm):

1) Giải bất phương trình: $1 + \log_2 x + \log_2(x+2) > \log_{\sqrt{2}}(6-x)$

2) Tính: $\int \ln x^2 dx$

Câu VII.a (1 điểm): Trong mặt phẳng với hệ tọa độ (*Oxy*). Lập phương trình đường thẳng qua $M(2;1)$ và tạo với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 4.

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm):

1) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} y^2 + x = x^2 + y \\ 2^x = 3^{y+1} \end{cases}$

2) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\cos 2x - 1}{\cos 2x + 1}$.

Câu VII.b (1 điểm): Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *(Oxy)*, cho điểm $M\left(\sqrt{3};\frac{1}{2}\right)$. Viết phương trình chính tắc của elip đi qua điểm *M* và nhận $F_1\left(-\sqrt{3};0\right)$ làm tiêu điểm.

www.huynhvanluong.com

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 49)

I. PHẦN CHUNG (7 điểm)

Câu I (2 điểm): Cho hàm số $y = \frac{2x}{x+2}$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết rằng khoảng cách từ tâm đối xứng của (C) đến tiếp tuyến là lớn nhất.

Câu II (2 điểm):

1) Giải phương trình: $\tan\left(2x-\frac{\pi}{4}\right).\tan\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{4\cos^2 2x}{\tan x-\cot x}$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\frac{3}{x^2+y^2-1}+2\frac{y}{x}=1\\ x^2+y^2+4\frac{x}{y}=22\end{cases}$

Câu III (1 điểm): Tính tích phân: $I=\int_3^8\frac{\ln x}{\sqrt{x+1}}dx$

Câu IV (1 điểm): Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có độ dài cạnh đáy bằng *a*, mặt bên tạo với mặt đáy góc 60^0. Mặt phẳng (P) chứa AB và đi qua trọng tâm tam giác SAC cắt SC, SD lần lượt tại M, N. Tính thể tích hình chóp S.ABMN theo *a*.

Câu V (1 điểm): Cho các số thực *a, b, c* thỏa mãn : $0<a\le 1;\ \ 0<b\le 1;\ \ 0<c\le 1$. Chứng minh rằng: $\left(1+\frac{1}{abc}\right)\left(a+b+c\right)\ge 3+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$

II. PHẦN TỰ CHỌN (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho tam giác ABC có $A\left(-3;6\right)$, trực tâm $H\left(2;1\right)$, trọng tâm $G\left(\frac{4}{3};\frac{7}{3}\right)$. Xác định toạ độ các đỉnh B và C.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho mặt cầu $\left(S\right): x^2+y^2+z^2-2x+4y-8z-4=0$ và mặt phẳng $\left(\alpha\right): 2x-y+2z-3=0$. Xét vị trí tương đối của mặt cầu (S) và mặt phẳng $\left(\alpha\right)$. Viết phương trình mặt cầu (S′) đối xứng với mặt cầu (S) qua mặt phẳng $\left(\alpha\right)$.

Câu VII.a (1 điểm): Một đội dự tuyển bóng bàn có 10 nữ, 7 nam, trong đó có danh thủ nam là Vũ Mạnh Cường và danh thủ nữ là Ngô Thu Thủy. Người ta cần lập một đội tuyển bóng bàn quốc gia từ đội dự tuyển nói trên. Đội tuyển quốc gia bao gồm 3 nữ và 4 nam. Hỏi có bao nhiêu cách lập đội tuyển quốc gia sao cho trong đội tuyển có mặt chỉ một trong hai danh thủ trên.

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy,* cho tam giác ABC có đỉnh A thuộc đường thẳng *d*: x – 4y – 2 = 0, cạnh BC song song với *d*, phương trình đường cao BH: x + y + 3 = 0 và trung điểm của cạnh AC là M(1; 1). Tìm toạ độ các đỉnh A, B, C.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho hình thang cân ABCD với $A\left(3;-1;-2\right),B\left(1;5;1\right),C\left(2;3;3\right)$, trong đó AB là đáy lớn, CD là đáy nhỏ. Tìm toạ độ điểm D.

Câu VII.b (1 điểm): Giải hệ phương trình: $\begin{cases}2^{3x+1}+2^{y-2}=3.2^{y+3x}\\ \sqrt{3x^2+1+xy}=\sqrt{x+1}\end{cases}$

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 50)

I. PHẦN CHUNG (7 điểm)

Câu I (2 điểm): Cho hàm số $y=f(x)=x^3-mx^2+2m$ (1) (m là tham số).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi $m = 3$.

2) Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại duy nhất một điểm.

Câu II (2 điểm):

1) Giải phương trình: $2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x + 1 = \sqrt{3}\sin x + \cos x$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{3}(x-y) = 2\sqrt{xy} \\ 2x - y^2 = 8 \end{cases}$

Câu III (1 điểm): Tính tích phân: $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sin x}{\cos 2x}dx$

Câu IV (1 điểm): Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có các cạnh bên có độ dài bằng *a* và các mặt bên hợp với mặt đáy góc 45^0 . Tính thể tích của hình chóp đó theo *a*.

Câu V (1 điểm): Cho các số thực *x* , *y* thuộc đoạn $[2;4]$. Chứng minh rằng:

$$4 \le (x+y)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right) \le \frac{9}{2}.$$

II. PHẦN TỰ CHỌN (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho điểm $P(-7;8)$ và hai đường thẳng $d_1: 2x+5y+3=0$; $d_2: 5x-2y-7=0$ cắt nhau tại A . Viết phương trình đường thẳng d_3 đi qua P tạo với d_1, d_2 thành tam giác cân tại A và có diện tích bằng $\frac{29}{2}$.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, lập phương trình mặt cầu (S) biết rằng mặt phẳng *Oxy* và mặt phẳng (P): $z = 2$ lần lượt cắt (S) theo hai đường tròn có bán kính bằng 2 và 8.

Câu VII.a (1 điểm): Tìm *a* và *n* nguyên dương thỏa : $aC_n^0 + \frac{a^2}{2}C_n^1 + \frac{a^3}{3}C_n^2 + ... + \frac{a^{n+1}}{(n+1)}C_n^n = \frac{127}{7}$

và $A_n^3 = 20n$.

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy,* lập phương trình đường thẳng (Δ) đi qua gốc tọa độ và cắt đường tròn (C) có phương trình : $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 15 = 0$ thành một dây cung có độ dài bằng 8.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho mặt phẳng (α) chứa đường thẳng (Δ): $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-2}$ và tạo với mặt phẳng (P) : $2x - 2y - z + 1 = 0$ góc 60^0. Tìm tọa độ giao điểm M của mặt phẳng (α) với trục *Oz*.

Câu VII.b (1 điểm): Tìm giá trị của tham số *m* để cho phương trình $(x - m.3^x).2^{\sqrt{(1+x)(2-x)}} = 0$ có nghiệm.

www.huynhvanluong.com

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012

Môn thi : TOÁN (ĐỀ 51)

I. PHẦN CHUNG (7 điểm)

Câu I (2 điểm): Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + 1$ có đồ thị là (C_m); (*m* là tham số).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi $m = 3$.

2) Xác định m để (C_m) cắt đường thẳng y = 1 tại ba điểm phân biệt C(0;1), D, E sao cho các tiếp tuyến của (C_m) tại D và E vuông góc với nhau.

Câu II (2 điểm):

1) Giải phương trình: $\cos 2x - \tan^2 x = \dfrac{\cos^2 x + \cos^3 x - 1}{\cos^2 x}$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + y^2 + xy + 1 = 4y \\ y(x+y)^2 = 2x^2 + 7y + 2 \end{cases}$

Câu III (1 điểm): Tính tích phân: $I = \displaystyle\int_1^e \frac{\log_2^3 x}{x\sqrt{1+3\ln^2 x}}dx$

Câu IV (1 điểm): Cho hình hộp đứng *ABCD.A'B'C'D'* có các cạnh *AB* = *AD* = *a*, *AA'* = $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và góc *BAD* = 60^0. Gọi *M* và *N* lần lượt là trung điểm của các cạnh *A'D'* và *A'B'*. Chứng minh *AC'* vuông góc với mặt phẳng (*BDMN*). Tính thể tích khối chóp *A.BDMN*.

Câu V (1 điểm): Cho *a*, *b*, *c* là các số thực không âm thỏa mãn $a+b+c=1$. Chứng minh rằng:

$$ab + bc + ca - 2abc \le \frac{7}{27}$$

II. PHẦN TỰ CHỌN (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho tam giác *ABC* biết *A*(5; 2). Phương trình đường trung trực cạnh *BC*, đường trung tuyến *CC'* lần lượt là $x + y - 6 = 0$ và $2x - y + 3 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác *ABC*.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, hãy xác định toạ độ tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC*, biết *A*(–1; 0; 1), *B*(1; 2; –1), *C*(–1; 2; 3).

Câu VII.a (1 điểm): Cho z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 4z + 11 = 0$. Tính giá trị của biểu thức : $\dfrac{|z_1|^2 + |z_2|^2}{(z_1+z_2)^2}$.

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy,* cho hai đường thẳng Δ: $x + 3y + 8 = 0$, $\Delta': 3x - 4y + 10 = 0$ và điểm *A*(–2; 1). Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc đường thẳng Δ, đi qua điểm *A* và tiếp xúc với đường thẳng Δ'

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho ba điểm *A*(0; 1; 2), *B*(2; –2; 1), *C*(–2; 0; 1). Viết phương trình mặt phẳng (*ABC*) và tìm điểm *M* thuộc mặt phẳng (P): $2x + 2y + z - 3 = 0$ sao cho *MA* = *MB* = *MC* .

Câu VII.b (1 điểm): Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2\log_{1-x}(-xy - 2x + y + 2) + \log_{2+y}(x^2 - 2x + 1) = 6 \\ \log_{1-x}(y+5) - \log_{2+y}(x+4) = 1 \end{cases}$$

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 52)

I. PHẦN CHUNG (7 điểm)

Câu I (2 điểm): Cho hàm số $y = 2x^3 + 9mx^2 + 12m^2x + 1$ (m là tham số).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi $m = -1$.

2) Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có cực đại tại $x_{CĐ}$, cực tiểu tại x_{CT} thỏa mãn: $x^2_{CĐ} = x_{CT}$.

Câu II (2 điểm):

1) Giải phương trình: $\sqrt{x+1} + 1 = 4x^2 + \sqrt{3x}$

2) Giải hệ phương trình: $5\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 4\sin\left(\frac{5\pi}{6} - x\right) - 9$

Câu III (1 điểm): Tìm họ nguyên hàm của hàm số: $f(x) = \dfrac{x\ln(x^2+1) + x^3}{x^2+1}$

Câu IV (1 điểm): Cho hình chóp S.ABCD có SA = x và tất cả các cạnh còn lại có độ dài bằng a. Chứng minh rằng đường thẳng BD vuông góc với mặt phẳng (SAC). Tìm x theo a để thể tích của khối chóp S.ABCD bằng $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu V (1 điểm): Cho các số thực không âm *a, b*. Chứng minh rằng:

$$\left(a^2 + b + \frac{3}{4}\right)\left(b^2 + a + \frac{3}{4}\right) \geq \left(2a + \frac{1}{2}\right)\left(2b + \frac{1}{2}\right)$$

II. PHẦN TỰ CHỌN (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho ba đường thẳng: $d_1: 2x + y - 3 = 0$, $d_2: 3x + 4y + 5 = 0$, $d_3: 4x + 3y + 2 = 0$. Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc d_1 và tiếp xúc với d_2 và d_3.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho điểm A(1;2; –1), đường thẳng (Δ): $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z+2}{2}$ và mặt phẳng (P): $2x + y - z + 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A, cắt đường thẳng (Δ) và song song với (P).

Câu VII.a (1 điểm): Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau, trong đó có mặt chữ số 0 nhưng không có mặt chữ số 1?

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy,* cho đường thẳng (d): $\sqrt{2}x + my + 1 - \sqrt{2} = 0$ và đường tròn có phương trình $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$. Gọi I là tâm đường tròn (C). Tìm m sao cho (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B. Với giá trị nào của m thì diện tích tam giác IAB lớn nhất và tính giá trị đó.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho hai điểm S(0;0;1), A(1;1;0). Hai điểm M(m; 0; 0), N(0; n; 0) thay đổi sao cho $m + n = 1$ và $m > 0$, $n > 0$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SMN). Từ đó suy ra mặt phẳng (SMN) tiếp xúc với một mặt cầu cố định.

Câu VII.b (1 điểm): Giải bất phương trình: $\left(4^x - 2.2^x - 3\right).\log_2 x - 3 > 4^{\frac{x+1}{2}} - 4^x$

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 53)

I. PHẦN CHUNG (7 điểm)

Câu I (2 điểm): Cho hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2) Lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) sao cho tiếp tuyến này cắt các trục *Ox* , *Oy* lần lượt tại các điểm A và B thỏa mãn OA = 4OB.

Câu II (2 điểm):

1) Giải phương trình: $\dfrac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} + 2\tan 2x + \cos 2x = 0$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3y(1+y) + x^2y^2(2+y) + xy^3 - 30 = 0 \\ x^2y + x(1+y+y^2) + y - 11 = 0 \end{cases}$

Câu III (1 điểm): Tính tích phân: $I = \displaystyle\int_0^1 \frac{1+x}{1+\sqrt{x}}dx$

Câu IV (1 điểm): Cho lăng trụ đứng ABC.A′B′C′ có đáy ABC là tam giác vuông với AB = BC = *a*, cạnh bên AA′ = $a\sqrt{2}$. M là điểm trên AA′ sao cho $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AA'}$. Tính thể tích của khối tứ diện MA′BC′.

Câu V (1 điểm): Cho các số thực dương *a, b, c* thay đổi luôn thỏa mãn $a+b+c=1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^2+b}{b+c} + \frac{b^2+c}{c+a} + \frac{c^2+a}{a+b} \geq 2.$$

II. PHẦN TỰ CHỌN (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho điểm E(–1; 0) và đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 8x - 4y - 16 = 0$. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm E cắt (C) theo dây cung MN có độ dài ngắn nhất.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho 2 điểm A(0; 0; 4), B(2; 0; 0) và mặt phẳng (P): $2x + y - z + 5 = 0$. Lập phương trình mặt cầu (S) đi qua O, A, B và có khoảng cách từ tâm I của mặt cầu đến mặt phẳng (P) bằng $\dfrac{5}{\sqrt{6}}$.

Câu VII.a (1 điểm): Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 7 chữ số, biết rằng chữ số 2 có mặt đúng hai lần, chữ số 3 có mặt đúng ba lần và các chữ số còn lại có mặt không quá một lần?

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy,* cho tam giác ABC cân tại A, biết phương trình đường thẳng AB, BC lần lượt là: $x + 2y - 5 = 0$ và $3x - y + 7 = 0$. Viết phương trình đường thẳng AC, biết rằng AC đi qua điểm $F(1;-3)$.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho hai điểm A(1; 5; 0), B(3; 3; 6) và đường thẳng Δ: $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z}{2}$. Tìm toạ độ điểm M trên Δ sao cho ΔMAB có diện tích nhỏ nhất.

Câu VII.b (1 điểm): Tìm tất cả các giá trị của tham số *a* để phương trình sau có nghiệm duy nhất: $\log_5(25^x - \log_5 a) = x$

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012
Môn thi : TOÁN (ĐỀ 54)

I. PHẦN CHUNG (7 điểm)

Câu I (2 điểm): Cho hàm số $y = x^4 + 2m^2x^2 + 1$ (1).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi $m = 1$.

2) Chứng minh rằng đường thẳng $y = x + 1$ luôn cắt đồ thị hàm số (1) tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của m.

Câu II (2 điểm):

1) Giải phương trình: $2\sin^2\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right) = 2\sin^2 x - \tan x$

2) Giải hệ phương trình: $2\log_3\left(x^2 - 4\right) + 3\sqrt{\log_3(x+2)^2} - \log_3(x-2)^2 = 4$

Câu III (1 điểm): Tính tích phân: $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos x\sqrt{3+\sin^2 x}}dx$

Câu IV (1 điểm): Cho tam giác vuông cân ABC có cạnh huyền AB = $2a$. Trên đường thẳng d đi qua A và vuông góc mặt phẳng (ABC) lấy điểm S sao cho mp(SBC) tạo với mp(ABC) một góc bằng 60^0. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện SABC.

Câu V (1 điểm): Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số: $f(x) = \dfrac{x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 8x + 5}{x^2 - 2x + 2}$

II. PHẦN TỰ CHỌN (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho elíp (E) có tiêu điểm thứ nhất là $\left(-\sqrt{3};0\right)$ và đi qua điểm $M\left(1;\dfrac{4\sqrt{33}}{5}\right)$. Hãy xác định tọa độ các đỉnh của (E).

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho điểm A(0; 1; 3) và đường thẳng d: $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 \end{cases}$. Hãy tìm trên đường thẳng d các điểm B và C sao cho tam giác ABC đều.

Câu VII.a (1 điểm): Chứng minh: $1^2C_n^1 + 2^2C_n^2 + 3^2C_n^3 + ... + n^2C_n^n = (n + n^2).2^{n-2}$, trong đó n là số tự nhiên, $n \geq 1$ và C_n^k là số tổ hợp chập k của n.

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy,* cho tam giác ABC có A(2; 7) và đường thẳng AB cắt trục *Oy* tại E sao cho $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{EB}$. Biết rằng tam giác AEC cân tại A và có trọng tâm là $G\left(2;\dfrac{13}{3}\right)$. Viết phương trình cạnh BC.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho đường thẳng d: $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z}{1}$ và mặt phẳng (P): $2x + y - 2z + 2 = 0$. Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm nằm trên đường thẳng d có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với (P) và đi qua điểm A(1; –1; 1).

Câu VII.b (1 điểm): Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3 + 4y = y^3 + 16x \\ 1 + y^2 = 5(1 + x^2) \end{cases}$.

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG 2012

Môn thi : TOÁN (ĐỀ 55)

I. PHẦN CHUNG (7 điểm)

Câu I (2 điểm): Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2) Biện luận theo *m* số nghiệm của phương trình : $x^2 - 2x - 2 = \dfrac{m}{|x-1|}$.

Câu II (2 điểm):

1) Giải phương trình: $2\sqrt{2}\cos\left(\dfrac{5\pi}{12} - x\right)\sin x = 1$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \log_2\sqrt{x+y} = 3\log_8(\sqrt{x-y}+2) \\ \sqrt{x^2+y^2+1} - \sqrt{x^2-y^2} = 3 \end{cases}$

Câu III (1 điểm): Tính tích phân: $I = \displaystyle\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\sqrt{1+x^2}+x}dx$

Câu IV (1 điểm): Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với AB = a , AD = $2a$. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh bên SB tạo với mặt phẳng đáy một góc 60^0 . Trên cạnh SA lấy điểm M sao cho AM = $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$, mặt phẳng (BCM) cắt cạnh SD tại N. Tính thể tích khối chóp S.BCNM.

Câu V (1 điểm): Cho x , y , z là ba số thực thỏa mãn : $5^{-x} + 5^{-y} + 5^{-z} = 1$ .Chứng minh rằng :

$$\frac{25^x}{5^x + 5^{y+z}} + \frac{25^y}{5^y + 5^{z+x}} + \frac{25^z}{5^z + 5^{x+y}} \geq \frac{5^x + 5^y + 5^z}{4}$$

II. PHẦN TỰ CHỌN (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho tam giác ABC với A(1; –2), đường cao $CH : x - y + 1 = 0$, phân giác trong $BN : 2x + y + 5 = 0$. Tìm toạ độ các đỉnh B, C và tính diện tích tam giác ABC.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho hai đường thẳng : $d_1 : \dfrac{x-2}{4} = \dfrac{y}{-6} = \dfrac{z+1}{-8}$, $d_2 : \dfrac{x-7}{-6} = \dfrac{y-2}{9} = \dfrac{z}{12}$

a) Chứng minh rằng d_1 và d_2 song song . Viết phương trình mặt phẳng (P) qua d_1 và d_2 .

b) Cho điểm A(1; –1; 2), B(3; – 4; –2). Tìm điểm I trên đường thẳng d_1 sao cho IA + IB đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu VII.a (1 điểm): Giải phương trình sau trên tập số phức: $z^4 - z^3 + \dfrac{z^2}{2} + z + 1 = 0$

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy,* cho hình chữ nhật ABCD có diện tích bằng 12, tâm I là giao điểm của đường thẳng $d_1 : x - y - 3 = 0$ và $d_2 : x + y - 6 = 0$. Trung điểm của một cạnh là giao điểm của d_1 với trục *Ox*. Tìm toạ độ
các đỉnh của hình chữ nhật.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho hai đường thẳng: $d_1: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z}{2}$ và

$$d_2: \begin{cases} x = 2 - 2t' \\ y = 3 \\ z = t' \end{cases}$$

a) Chứng minh rằng d_1 và d_2 chéo nhau và viết phương trình đường vuông góc chung của d_1 và d_2.

b) Viết phương trình mặt cầu có đường kính là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2.

Câu VII.b (1 điểm): Tính tổng: $S = C_{2009}^0 + C_{2009}^4 + C_{2009}^8 + ... + C_{2009}^{2004} + C_{2009}^{2008}$

www.huynhvanluong.com

Hướng dẫn Đề sô 1

Câu I: 2) Gọi M(m; 2) $\in$ d. Phương trình đường thẳng Δ qua M có dạng: $y = k(x-m)+2$.

Từ M kẻ được 3 tiếp tuyến với (C) $\Leftrightarrow$ Hệ phương trình sau có 3 nghiệm phân biệt:

$$\begin{cases} -x^3+3x^2-2 = k(x-m)+2 \quad (1) \\ -3x^2+6x = k \quad (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \text{ hoặc } m > \dfrac{5}{3} \\ m \neq 2 \end{cases}$$

Câu II: 1) Đặt $t = \sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} > 0$. (2) $\Leftrightarrow x = 3$

2) 2) $\Leftrightarrow (\sin x + \cos x)\left[4(\cos x - \sin x) - \sin 2x - 4\right] = 0$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi\ ;\ x = k2\pi;\ x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi$$

Câu III: $(\sin^4 x + \cos^4 x)(\sin^6 x + \cos^6 x) = \dfrac{33}{64} + \dfrac{7}{16}\cos 4x + \dfrac{3}{64}\cos 8x \Rightarrow I = \dfrac{33}{128}\pi$

Câu IV: Đặt $V_1 = V_{S.AMN}$; $V_2 = V_{A..BCNM}$; $V = V_{S.ABC}$; $\dfrac{V_1}{V} = \dfrac{SM}{SB}.\dfrac{SN}{SC} = \dfrac{SM}{SB}.\dfrac{1}{2}$ *(1)*

$$AM = \frac{2}{\sqrt{5}}a;\ SM = \frac{4a}{\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{4}{5} \qquad \Rightarrow \frac{V_1}{V} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{V_2}{V} = \frac{3}{5} \Rightarrow V_2 = \frac{3}{5}V \quad (2)$$

$$V = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA = \frac{a^3.\sqrt{3}}{3} \Rightarrow V_2 = \frac{a^3.\sqrt{3}}{5}$$

Câu V: $a^4 + b^4 \geq 2a^2b^2$ *(1)*; $b^4 + c^4 \geq 2b^2c^2$ *(2)*; $c^4 + a^4 \geq 2c^2a^2$ *(3)*

$$\Rightarrow a^4+b^4+c^4 \geq abc(a+b+c) \Rightarrow a^4+b^4+c^4+abcd \geq abc(a+b+c+d)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a^4+b^4+c^4+abcd} \leq \frac{1}{abc(a+b+c+d)} \quad (4) \Rightarrow \text{đpcm.}$$

Câu VI.a: 1) A(3; 1), B(5; 5) $\Rightarrow$ (C): $x^2+y^2-4x-8y+10=0$

2) Gọi I(a;0;0), J(0;b;0), K(0;0;c) $\Rightarrow (P): \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$

$$\begin{matrix} \overrightarrow{IA} = (4-a;5;6), & \overrightarrow{JA} = (4;5-b;6) \\ \overrightarrow{JK} = (0;-b;c), & \overrightarrow{IK} = (-a;0;c) \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{4}{a}+\dfrac{5}{b}+\dfrac{6}{c}=1 \\ -5b+6c=0 \\ -4a+6c=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{77}{4} \\ b = \dfrac{77}{5} \\ c = \dfrac{77}{6} \end{cases}$$

Câu VII.a: $a + bi = (c+di)^n \Rightarrow |a+bi| = |(c+di)^n|$

$\Rightarrow |a+bi|^2 = |(c+di)^n|^2 = |(c+di)|^{2n} \Rightarrow a^2+b^2 = (c^2+d^2)^n$

Câu VI.b: 1) Tìm được $C_1(1;-1)$, $C_2(-2;-10)$.

+ Với $C_1(1;-1) \Rightarrow$ (C): $x^2+y^2-\dfrac{11}{3}x+\dfrac{11}{3}y+\dfrac{16}{3}=0$

+ Với $C_2(-2;-10) \Rightarrow$ (C): $x^2+y^2-\dfrac{91}{3}x+\dfrac{91}{3}y+\dfrac{416}{3}=0$

2) Gọi (P) là mặt phẳng qua AB và (P) $\perp$ (Oxy) $\Rightarrow$ (P): 5x – 4y = 0

(Q) là mặt phẳng qua CD và (Q) ⊥ (Oxy) ⇒ (Q): 2x + 3y – 6 = 0

Ta có (D) = (P)∩(Q) ⇒ Phương trình của (D)

Câu VII.b: $\begin{cases} x=\alpha \\ y=\alpha \end{cases}$ *với* $\alpha>0$ *tuỳ ý và* $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$

Hướng dẫn Đề sô 2

Câu I: 2) Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và trục hoành: $x^3-3mx^2+9x-7=0$ (1)

Gọi hoành độ các giao điểm lần lượt là $x_1;x_2;x_3$. Ta có: $x_1+x_2+x_3=3m$

Để $x_1;x_2;x_3$ lập thành cấp số cộng thì $x_2=m$ là nghiệm của phương trình (1)

$\Rightarrow -2m^3+9m-7=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=\dfrac{-1\pm\sqrt{15}}{2} \end{array}\right.$. Thử lại ta được : $m=\dfrac{-1-\sqrt{15}}{2}$

Câu II: 1) $\sin^2 3x-\cos^2 4x=\sin^2 5x-\cos^2 6x \Leftrightarrow \cos x(\cos 7x-\cos 11x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{k\pi}{2} \\ x=\dfrac{k\pi}{9} \end{array}\right.$

2) $0<x\le 1$

Câu III: $A=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{x+7}-2}{x-1}+\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2-\sqrt{5-x^2}}{x-1} = \dfrac{1}{12}+\dfrac{1}{2}=\dfrac{7}{12}$

Câu IV: $V_{ANIB}=\dfrac{\sqrt{2}}{36}$

Câu V: Thay $x=F-3y$ vào bpt ta được: $50y^2-30Fy+5F^2-5F+8\le 0$

Vì bpt luôn tồn tại y nên $\Delta_y\ge 0 \Leftrightarrow -25F^2+250F-400\ge 0 \Leftrightarrow 2\le F\le 8$

Vậy GTLN của $F=x+3y$ là 8.

Câu VI.a: 1) $AF_1+AF_2=2a$ và $BF_1+BF_2=2a \Rightarrow AF_1+AF_2+BF_1+BF_2=4a=20$

Mà $AF_1+BF_2=8 \Rightarrow AF_2+BF_1=12$

2) $B(4;2;-2)$

Câu VII.a: $x=2$; $x=1-\sqrt{33}$

Câu VI.b: 1) Phương trình đường tròn có dạng: $\left[\begin{array}{ll} (x-a)^2+(y+a)^2=a^2 & (a) \\ (x-a)^2+(y-a)^2=a^2 & (b) \end{array}\right.$

a) $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=1 \\ a=5 \end{array}\right.$ b) ⇒ vô nghiệm.

Kết luận: $(x-1)^2+(y+1)^2=1$ và $(x-5)^2+(y+5)^2=25$

2) $\vec{u}=\left[\overrightarrow{u_d};\overrightarrow{n_P}\right]=(2;5;-3)$. Δ nhận $\vec{u}$ làm VTCP ⇒ $\Delta: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{5}=\dfrac{z+2}{-3}$

Câu VII.b: Toạ độ các điểm cực trị lần lượt là: $A(m;3m^2+1)$ và $B(-3m;-5m^2+1)$

Vì $y_1=3m^2+1>0$ nên để một cực trị của (C_m) thuộc góc phần tư thứ I, một cực trị của (C_m) thuộc góc phần tư thứ III của hệ toạ độ Oxy thì $\begin{cases} m>0 \\ -3m<0 \\ -5m^2+1<0 \end{cases} \Leftrightarrow m>\dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

Hướng dẫn Đề số 3

www.huynhvanluong.com

Câu I: 2) Giả sử $A(a;a^3-3a^2+1),\ B(b;b^3-3b^2+1)$ (a ≠ b)

Vì tiếp tuyến của (C) tại A và B song song suy ra $y'(a)=y'(b)\Leftrightarrow (a-b)(a+b-2)=0$

$\Leftrightarrow a+b-2=0 \Leftrightarrow b=2-a \Rightarrow a\neq 1$ (vì a ≠ b).

$AB^2=(b-a)^2+(b^3-3b^2+1-a^3+3a^2-1)^2 = 4(a-1)^6-24(a-1)^4+40(a-1)^2$

AB = $4\sqrt{2} \Leftrightarrow 4(a-1)^6-24(a-1)^4+40(a-1)^2=32 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=3\Rightarrow b=-1\\ a=-1\Rightarrow b=3\end{array}\right.$

$\Rightarrow$ A(3; 1) và B(–1; –3)

Câu II: 1) (1) $\Leftrightarrow (x+3)|x-1|=4x \Leftrightarrow x=3;\ x=-3+2\sqrt{3}$

2) (2) $\Leftrightarrow \sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=\frac{5\pi}{18}+k\frac{2\pi}{3}(k\in Z) & (a)\\ x=\frac{5\pi}{6}+l2\pi\ \ (l\in Z) & (b)\end{array}\right.$

Vì $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ nên $x=\frac{5\pi}{18}$.

Câu III: Đặt x = –t $\Rightarrow \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx=\int_{\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2}} f(-t)(-dt)=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(-t)dt=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(-x)dx$

$$\Rightarrow 2\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left[f(x)+f(-x)\right]dx=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos^4 x dx$$

$\cos^4 x=\frac{3}{8}+\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{1}{8}\cos 4x \Rightarrow I=\frac{3\pi}{16}$.

Câu IV: $V=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AH},\overrightarrow{AK}\right].\overrightarrow{AO}\right|=\frac{a^3\sqrt{2}}{27}$

Câu V: Sử dụng bất đẳng thức Cô–si:

$$\frac{a}{1+b^2c}=a-\frac{ab^2c}{1+b^2c}\geq a-\frac{ab^2c}{2b\sqrt{c}}=a-\frac{ab\sqrt{c}}{2}\geq a-\frac{ab(1+c)}{4}=a-\frac{ab}{4}-\frac{abc}{4}\quad (1)$$

Dấu = xảy ra khi và chỉ khi b = c = 1

$$\frac{b}{1+c^2d}=b-\frac{bc^2d}{1+c^2d}\geq b-\frac{bc^2d}{2c\sqrt{d}}=b-\frac{bc\sqrt{d}}{2}\geq b-\frac{bc(1+d)}{4}=b-\frac{bc}{4}-\frac{bcd}{4}\quad (2)$$

$$\frac{c}{1+d^2a}=c-\frac{cd^2a}{1+d^2a}\geq c-\frac{cd^2a}{2d\sqrt{a}}=c-\frac{cd\sqrt{a}}{2}\geq c-\frac{cd(1+a)}{4}=c-\frac{cd}{4}-\frac{cda}{4}\quad (3)$$

$$\frac{d}{1+a^2b}=d-\frac{da^2b}{1+a^2b}\geq d-\frac{da^2b}{2a\sqrt{b}}=d-\frac{da\sqrt{b}}{2}\geq d-\frac{da(1+b)}{4}=d-\frac{da}{4}-\frac{dab}{4}\quad (4)$$

Từ (1), (2), (3), (4) suy ra:

$$\frac{a}{1+b^2c}+\frac{b}{1+c^2d}+\frac{c}{1+d^2a}+\frac{d}{1+a^2b}\geq 4-\frac{ab+bc+cd+da}{4}-\frac{abc+bcd+cda+dab}{4}$$

Mặt khác:

- $ab+bc+cd+da=(a+c)(b+d)\leq\left(\frac{a+c+b+d}{2}\right)^2=4$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow$ a+c = b+d

- $abc + bcd + cda + dab = ab(c+d) + cd(b+a) \le \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 (c+d) + \left(\frac{c+d}{2}\right)^2 (b+a)$

$\Leftrightarrow abc + bcd + cda + dab \le (a+b)(c+d)\left(\frac{a+b}{4} + \frac{c+d}{4}\right) = (a+b)(c+d)$

$\Leftrightarrow abc + bcd + cda + dab \le \left(\frac{a+b+c+d}{2}\right)^2 = 4$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow$ a = b = c = d = 1.

Vậy ta có: $\frac{a}{1+b^2c} + \frac{b}{1+c^2d} + \frac{c}{1+d^2a} + \frac{d}{1+a^2b} \ge 4 - \frac{4}{4} - \frac{4}{4}$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{1+b^2c} + \frac{b}{1+c^2d} + \frac{c}{1+d^2a} + \frac{d}{1+a^2b} \ge 2 \Rightarrow \text{đpcm.}$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi a = b = c = d = 1.

Câu VI.a: 1) Ptts của d: $\begin{cases} x = t \\ y = -4 + 3t \end{cases}$. Giả sử C(t; –4 + 3t) $\in$ d.

$S = \frac{1}{2}AB.AC.\sin A = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2.AC^2 - \left(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}\right)^2} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \sqrt{4t^2 + 4t + 1} = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -2 \\ t = 1 \end{array}\right.$

$\Rightarrow$ C(–2; –10) hoặc C(1;–1).

2) (Q) đi qua A, B và vuông góc với (P) $\Rightarrow$ (Q) có VTPT $\vec{n} = \left[\overrightarrow{n_p}, \overrightarrow{AB}\right] = (0; -8; -12) \ne \vec{0}$

$\Rightarrow (Q): 2y + 3z - 11 = 0$

Câu VII.a: Vì z = 1 + i là một nghiệm của phương trình: z^2 + bx + c = 0 nên:

$(1+i)^2 + b(1+i) + c = 0 \Leftrightarrow b + c + (2+b)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b + c = 0 \\ 2 + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2 \\ c = 2 \end{cases}$

Câu VI.b: 1) A(–4, 2), B(–3, –2), C(1, 0)

2) Phương trình mặt phẳng (α) chứa AB và song song d: (α): 6x + 3y + 2z – 12 = 0

Phương trình mặt phẳng (β) chứa OC và song song d: (β): 3x – 3y + z = 0

Δ là giao tuyến của (α) và (β) $\Rightarrow$ Δ: $\begin{cases} 6x + 3y + 2z - 12 = 0 \\ 3x - 3y + z = 0 \end{cases}$

Câu VII.b: $z^4 - z^3 + 6z^2 - 8z - 16 = 0 \Leftrightarrow (z+1)(z-2)(z^2+8) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = -1 \\ z = 2 \\ z = 2\sqrt{2}i \\ z = -2\sqrt{2}i \end{array}\right.$

Hướng dẫn Đề số 4

www.huynhvanluong.com

Câu I: 2) $\left|x^4 - 5x^2 + 4\right| = \log_2 m$ có 6 nghiệm $\Leftrightarrow \log_{12} m = \frac{9}{4} \Leftrightarrow m = 12^{\frac{9}{4}} = 144\sqrt[4]{12}$

Câu II: 1) (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} -\cos^2 2x - \cos x \cos 2x = 2\cos 2x \\ \sin 2x \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow$ cos2x = 0 $\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$

2) Đặt $t = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$. (2) $\Leftrightarrow m \le \frac{t^2 - 2}{t+1} \quad (1 \le t \le 2), \text{do } x \in [0; 1+\sqrt{3}]$

Khảo sát $g(t) = \frac{t^2 - 2}{t+1}$ với $1 \le t \le 2$. $g'(t) = \frac{t^2 + 2t + 2}{(t+1)^2} > 0$. Vậy g tăng trên [1,2]

Do đó, ycbt $\Leftrightarrow$ bpt $m \le \dfrac{t^2-2}{t+1}$ có nghiệm $t \in [1,2]$ $\Leftrightarrow$ $m \le \max\limits_{t\in[1;2]} g(t) = g(2) = \dfrac{2}{3}$

Câu III: Đặt $t = \sqrt{2x+1}$. $I = \displaystyle\int_1^3 \frac{t^2}{1+t}dt = 2 + \ln 2$.

Câu IV: $V_{AA_1BM} = \dfrac{1}{6}\left|\overrightarrow{AA_1}.\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM}\right]\right| = \dfrac{a^3\sqrt{15}}{3}$; $S_{\Delta BMA_1} = \dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{MB},\overrightarrow{MA_1}\right]\right| = 3a^2\sqrt{3}$

$\Rightarrow d = \dfrac{3V}{S} = \dfrac{a\sqrt{5}}{3}$.

Câu V: Áp dụng BĐT Cô–si: $\dfrac{1}{2}(x+y) \ge \sqrt{xy}$; $\dfrac{3}{2}(y+z) \ge 3\sqrt{xy}$; $\dfrac{5}{2}(z+x) \ge 5\sqrt{xy}$ $\Rightarrow$ đpcm

Câu VI.a: 1) B, C $\in$ (Oxy). Gọi I là trung điểm của BC $\Rightarrow$ $I(0;\sqrt{3};0)$.

$\widehat{MIO} = 45^0 \Rightarrow \alpha = \widehat{NIO} = 45^0$.

2) $V_{BCMN} = V_{MOBC} + V_{NOBC} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}\left(a + \dfrac{3}{a}\right)$ đạt nhỏ nhất $\Leftrightarrow a = \dfrac{3}{a} \Leftrightarrow a = \sqrt{3}$.

Câu VII.a: Đặt $\begin{cases} u = x-1 \\ v = y-1 \end{cases}$. Hệ PT $\Leftrightarrow \begin{cases} u + \sqrt{u^2+1} = 3^v \\ v + \sqrt{v^2+1} = 3^u \end{cases}$

$\Rightarrow 3^u + u + \sqrt{u^2+1} = 3^v + v + \sqrt{v^2+1} \Leftrightarrow f(u) = f(v)$, với $f(t) = 3^t + t + \sqrt{t^2+1}$

Ta có: $f'(t) = 3^t \ln 3 + \dfrac{t+\sqrt{t^2+1}}{\sqrt{t^2+1}} > 0 \Rightarrow$ *f(t)* đồng biến

$\Rightarrow u = v \Rightarrow u + \sqrt{u^2+1} = 3^u \Leftrightarrow u - \log_3(u + \sqrt{u^2+1}) = 0$ (2)

Xét hàm số: $g(u) = u - \log_3\left(u + \sqrt{u^2+1}\right) \Rightarrow g'(u) > 0 \Rightarrow$ *g(u)* đồng biến

Mà $g(0) = 0 \Rightarrow u = 0$ là nghiệm duy nhất của (2).

KL: $x = y = 1$ là nghiệm duy nhất của hệ PT.

Câu VI.b: 1) $2x + 5y + z - 11 = 0$

2) A, B nằm cùng phía đối với (P). Gọi A′ là điểm đối xứng với A qua (P) $\Rightarrow$ $A'(3;1;0)$

Để M $\in$ (P) có MA + MB nhỏ nhất thì M là giao điểm của (P) với A′B $\Rightarrow$ $M(2;2;-3)$.

Câu VII.b: $(\log_x 8 + \log_4 x^2)\log_2\sqrt{2x} \ge 0 \Leftrightarrow \dfrac{\log_2 x + 1}{\log_2 x} \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0 < x \le \dfrac{1}{2} \\ x > 1 \end{array}\right.$.

Hướng dẫn Đề số 5

www.huynhvanluong.com

Câu I: 2) Gọi $M\left(x_0; 2 + \dfrac{3}{x_0-1}\right) \in (C)$.

Tiếp tuyến d tại M có dạng: $y = \dfrac{-3}{(x_0-1)^2}(x - x_0) + 2 + \dfrac{3}{x_0-1}$

Các giao điểm của d với 2 tiệm cận: $A\left(1; 2 + \dfrac{6}{x_0-1}\right)$, $B(2x_0 - 1; 2)$.

$S_{\Delta IAB} = 6$ (không đổi) $\Rightarrow$ chu vi ΔIAB đạt giá trị nhỏ nhất khi IA= IB

$\Leftrightarrow \dfrac{6}{|x_0-1|}=2|x_0-1| \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=1+\sqrt{3} \\ x_0=1-\sqrt{3} \end{array}\right. \Rightarrow$ M$_1(1+\sqrt{3};2+\sqrt{3})$; M$_2(1-\sqrt{3};2-\sqrt{3})$

Câu II: 1) (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} 2(1-\cos x)\sin x(2\cos x-1)=0 \\ \sin x \neq 0,\ \cos x \neq 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow$ 2cosx – 1 = 0 $\Leftrightarrow$ $x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi$

2) (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} (x^2-2)^2+(y-3)^2=4 \\ (x^2-2+4)(y-3+3)+x^2-2-20=0 \end{cases}$. Đặt $\begin{cases} x^2-2=u \\ y-3=v \end{cases}$

Khi đó (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} u^2+v^2=4 \\ u.v+4(u+v)=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=2 \\ v=0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} u=0 \\ v=2 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases};\ \begin{cases} x=-2 \\ y=3 \end{cases};\ \begin{cases} x=\sqrt{2} \\ y=5 \end{cases};\ \begin{cases} x=-\sqrt{2} \\ y=5 \end{cases}$

Câu III: Đặt t = sin^{2}x $\Rightarrow$ I= $\dfrac{1}{2}\int_0^1 e^t(1-t)dt\ =\ \dfrac{1}{2}e$

Câu IV: V= $\dfrac{4}{3}a^3.\dfrac{\tan\alpha}{\sqrt{(2+\tan^2\alpha)^3}}$. Ta có $\dfrac{\tan^2\alpha}{(2+\tan^2\alpha)^3}=\dfrac{\tan^2\alpha}{2+\tan^2\alpha}.\dfrac{1}{2+\tan^2\alpha}.\dfrac{1}{2+\tan^2\alpha}\le\dfrac{1}{27}$

$\Rightarrow V_{max}=\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{27}$ khi đó $\tan^2\alpha$ =1 $\Rightarrow \alpha=45^o$.

Câu V: Với x, y, z > 0 ta có $4(x^3+y^3)\ge(x+y)^3$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow$ x = y

Tương tự ta có: $4(y^3+z^3)\ge(y+z)^3$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow$ y = z

$4(z^3+x^3)\ge(z+x)^3$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow$ z = x

$\Rightarrow \sqrt[3]{4(x^3+y^3)}+\sqrt[3]{4(y^3+z^3)}+\sqrt[3]{4(z^3+x^3)}\ge 2(x+y+z)\ge 6\sqrt[3]{xyz}$

Ta lại có $2\left(\dfrac{x}{y^2}+\dfrac{y}{z^2}+\dfrac{z}{x^2}\right)\ge\dfrac{6}{\sqrt[3]{xyz}}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow$ x = y = z

Vậy $P\ge 6\left(\sqrt[3]{xyz}+\dfrac{1}{\sqrt[3]{xyz}}\right)\ge 12$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} xyz=1 \\ x=y=z \end{cases} \Leftrightarrow$ x = y = z = 1

Vậy minP = 12 khi x = y = z = 1.

Câu VI.a: 1) A(–2; 0), B(2; 2), C(3; 0), D(–1; –2)

2) Chứng tỏ (d_1) // (d_2). (P): x + y – 5z +10 = 0

Câu VII.a: Nhận xét: $10x^2+8x+4=2(2x+1)^2+2(x^2+1)$

(3) $\Leftrightarrow 2\left(\dfrac{2x+1}{\sqrt{x^2+1}}\right)^2-m\left(\dfrac{2x+1}{\sqrt{x^2+1}}\right)+2=0$. Đặt $\dfrac{2x+1}{\sqrt{x^2+1}}=t$ Điều kiện : $-2< t\le\sqrt{5}$.

Rút *m* ta có: $m=\dfrac{2t^2+2}{t}$. Lập bảng biên thiên $\Rightarrow$ $4<m\le\dfrac{12}{\sqrt{5}}$ *hoặc* $-5<m<-4$

Câu VI.b: 1) Giả sử đường thẳng AB qua M và có VTPT là $\vec{n}=(a;b)$ $(a^2+b^2\neq 0)$

=> VTPT của BC là: $\vec{n}_1=(-b;a)$.

Phương trình AB có dạng: *a(x –2) +b(y –1)= 0* $\Leftrightarrow$ *ax + by –2a –b =0*

BC có dạng: *–b(x – 4) +a(y+ 2) =0* $\Leftrightarrow$ *– bx + ay +4b + 2a =0*

Do ABCD là hình vuông nên *d(P; AB) = d(Q; BC)* $\Leftrightarrow \dfrac{|-b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\dfrac{|3b+4a|}{\sqrt{a^2+b^2}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=-2a \\ b=-a \end{array}\right.$

- b = –2a: AB: x – 2y = 0 ; CD: x – 2y –2 =0; BC: 2x +y – 6= 0; AD: 2x + y – 4 =0
- b = –a: AB: –x + y+ 1 =0; BC: –x –y + 2= 0; AD: –x –y +3 =0; CD: –x + y+ 2 =0

2) $\begin{cases} 2x-y+10z-47=0 \\ x+3y-2z+6=0 \end{cases}$

Câu VII.b: (4) $\Leftrightarrow (|mx+1|)^3+|mx+1|=(x-1)^3+(x-1)$.

Xét hàm số: f(t)=t^3+t, hàm số này đồng biến trên R.

$f(|mx+1|)=f(x-1) \Leftrightarrow |mx+1|=x-1$

Giải và biện luận phương trình trên ta có kết quả cần tìm.

- $-1<m<1$ phương trình có nghiệm $x=\dfrac{-2}{m-1}$
- $m=-1$ phương trình nghiệm đúng với $\forall x \ge 1$
- Các trường hợp còn lại phương trình vô nghiệm.

Hướng dẫn Đề số 6

Câu I: 2) M(–1;2). (d) cắt (C) tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow m>-\dfrac{9}{4}; m\neq 0$

Tiếp tuyến tại N, P vuông góc $\Leftrightarrow y'(x_N).y'(x_P)=-1 \Leftrightarrow m=\dfrac{-3\pm 2\sqrt{2}}{3}$.

Câu II: 1) Đặt $t=3^x>0$. (1) $\Leftrightarrow 5t^2-7t+3|3t-1|=0 \Rightarrow x=\log_3\dfrac{3}{5}; x=-\log_3 5$

2) $\begin{cases}\log_{\sqrt{3}}(x+1)-\log_{\sqrt{3}}(x-1)>\log_3 4 & (a)\\ \log_2(x^2-2x+5)-m\log_{(x^2-2x+5)}2=5 & (b)\end{cases}$

- Giải (a) $\Leftrightarrow$ 1 < x < 3.
- Xét (b): Đặt $t=\log_2(x^2-2x+5)$. Từ x $\in$ (1; 3) $\Rightarrow$ t $\in$ (2; 3).

(b) $\Leftrightarrow t^2-5t=m$. Xét hàm $f(t)=t^2-5t$, từ BBT $\Rightarrow m\in\left(-\dfrac{25}{4};-6\right)$

Câu III: Cộng (a), (b), (c) ta được: $(x-3)^3+(y-3)^3+(z-3)^3=0 \quad (d)$

- Nếu x>3 thì từ (b) có: $y^3=9x(x-3)+27>27 \Rightarrow y>3$

  từ (c) lại có: $z^3=9y(y-3)+27>27 \Rightarrow z>3$ => (d) không thoả mãn
- Tương tự, nếu x<3 thì từ (a) $\Rightarrow$ 0 < z <3 => 0 < y <3 => (d) không thoả mãn
- Nếu x=3 thì từ (b) => y=3; thay vào (c) => z=3. Vậy: x =y = z =3

Câu IV: I là trung điểm AD, $HL\perp SI \Rightarrow HL\perp(SAD)\Rightarrow HL=d(H;(SAD))$

MN // AD $\Rightarrow$ MN // (SAD), SK $\subset$ (SAD)

$\Rightarrow$ d(MN, SK) = d(MN, (SAD)) = d(H, (SAD)) = HL = $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu V: $T=\dfrac{1-(1-a)}{\sqrt{1-a}}+\dfrac{1-(1-b)}{\sqrt{1-b}}+\dfrac{1-(1-c)}{\sqrt{1-c}}=\left(\dfrac{1}{\sqrt{1-a}}+\dfrac{1}{\sqrt{1-b}}+\dfrac{1}{\sqrt{1-c}}\right)-\left(\sqrt{1-a}+\sqrt{1-b}+\sqrt{1-c}\right)$

Ta có: $\dfrac{1}{\sqrt{1-a}}+\dfrac{1}{\sqrt{1-b}}+\dfrac{1}{\sqrt{1-c}}\ge\dfrac{9}{\sqrt{1-a}+\sqrt{1-b}+\sqrt{1-c}}$; $0<\sqrt{1-a}+\sqrt{1-b}+\sqrt{1-c}<\sqrt{6}$ (Bunhia)

$\Rightarrow T\ge\dfrac{9}{\sqrt{6}}-\sqrt{6}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow$ a = b = c = $\dfrac{1}{3}$. minT = $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu VI.a: 1) $B\left(\dfrac{2}{5};\dfrac{6}{5}\right)$; $C_1(0;1)$; $C_2\left(\dfrac{4}{5};\dfrac{7}{5}\right)$

2) (S) có tâm I(1; –2; –1), bán kính R = 3. (Q) chứa Ox $\Rightarrow$ (Q): ay + bz = 0.
Mặt khác đường tròn thiết diện có bán kính bằng 3 cho nên (Q) đi qua tâm I.
Suy ra: –2a – b = 0 $\Leftrightarrow$ b = –2a (a $\neq$ 0) $\Rightarrow$ (Q): y – 2z = 0.

Câu VII.a: Cân bằng hệ số ta được a = 2, b = –2, c = 4

Phương trình $\Leftrightarrow (z-2i)(z^2-2z+4)=0 \Leftrightarrow z=2i; z=1+\sqrt{3}i; z=1-\sqrt{3}i \Rightarrow |z|=2$.

Câu VI.b: 1) (C) có tâm I(3;0) và bán kính R = 2. Gọi M(0; m) $\in$ Oy

Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA và MB $\Rightarrow \left[\begin{array}{l}\widehat{AMB}=60^0 \quad (1)\\ \widehat{AMB}=120^0 \ (2)\end{array}\right.$

Vì MI là phân giác của $\widehat{AMB}$ nên:

(1) $\Leftrightarrow \widehat{AMI}=30^0 \Leftrightarrow MI=\dfrac{IA}{\sin 30^0} \Leftrightarrow$ MI = 2R $\Leftrightarrow \sqrt{m^2+9}=4 \Leftrightarrow m=\pm\sqrt{7}$

(2) ⇔ $\widehat{AMI} = 60^0 \Leftrightarrow MI = \dfrac{IA}{\sin 60^0}$ ⇔ MI = $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ R ⇔ $\sqrt{m^2+9} = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ Vô nghiệm Vậy có hai điểm $M_1(0;\sqrt{7})$ và $M_2(0;-\sqrt{7})$

2) Gọi MN là đường vuông góc chung của (d_1) và (d_2) ⇒ $M(2;1;4); N(2;1;0)$ ⇒ Phương trình mặt cầu (S): $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=4$.

Câu VII.b: Đặt $u = e^x - 2 \Rightarrow J = \dfrac{3}{2}\left[4-(e^b-2)^{\frac{2}{3}}\right]$. Suy ra: $\lim\limits_{b\to\ln 2} J = \dfrac{3}{2}.4 = 6$

Hướng dẫn Đề số 7

www.huynhvanluong.com

Câu I: 2) x_B, x_C là các nghiệm của phương trình: $x^2+2mx+m+2=0$.

$$S_{\Delta KBC} = 8\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}BC.d(K,d) = 8\sqrt{2} \Leftrightarrow BC = 16 \Leftrightarrow m = \frac{1\pm\sqrt{137}}{2}$$

Câu II: 1) (1) ⇔ $(\cos x-\sin x)^2 - 4(\cos x - \sin x) - 5 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2}+k2\pi \vee x = \pi + k2\pi$

2) (2) ⇔ $\begin{cases}(2x)^3+\left(\dfrac{3}{y}\right)^3 = 18\\ 2x.\dfrac{3}{y}\left(2x+\dfrac{3}{y}\right)=3\end{cases}$. Đặt a = 2x; b = $\dfrac{3}{y}$. (2) ⇔ $\begin{cases}a+b=3\\ ab=1\end{cases}$

Hệ đã cho có nghiệm: $\left(\dfrac{3-\sqrt{5}}{4};\dfrac{6}{3+\sqrt{5}}\right),\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{4};\dfrac{6}{3-\sqrt{5}}\right)$

Câu III: Đặt t = cos*x*. I = $\dfrac{3}{16}(\pi+2)$

Câu IV: $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}S_{SAC}.SO = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{16} = \dfrac{1}{3}S_{SAC}.d(B;SAC)$. $S_{SAC} = \dfrac{a^2\sqrt{13}\sqrt{3}}{16}$ ⇒ d(B; SAC) = $\dfrac{3a}{\sqrt{13}}$

Câu V: Đặt t = $3^{1+\sqrt{1-x^2}}$. Vì $x\in[-1;1]$ nên $t\in[3;9]$. (3) ⇔ $m = \dfrac{t^2-2t+1}{t-2}$.

Xét hàm số $f(t) = \dfrac{t^2-2t+1}{t-2}$ với $t\in[3;9]$. *f(t)* đồng biến trên [3; 9]. $4 \le f(t) \le \dfrac{48}{7}$.

$\Rightarrow 4 \le m \le \dfrac{48}{7}$

Câu VI.a: 1) (C) có tâm I(1; –2), R = 3. ABIC là hình vuông cạnh bằng 3 ⇒ $IA = 3\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{|m-1|}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow |m-1| = 6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=-5\\ m=7\end{array}\right.$

2) Gọi H là hình chiếu của A trên d ⇒ d(d, (P)) = d(H, (P)). Giả sử điểm I là hình chiếu của H lên (P), ta có $AH \ge HI$ => HI lớn nhất khi $A \equiv I$. Vậy (P) cần tìm là mặt phẳng đi qua A và nhận $\overrightarrow{AH}$ làm VTPT ⇒ (P): $7x+y-5z-77=0$.

Câu VII.a: Áp dụng BĐT Cô–si ta có:

$$\frac{a^3}{(1+b)(1+c)}+\frac{1+b}{8}+\frac{1+c}{8}\ge\frac{3a}{4};\quad \frac{b^3}{(1+c)(1+a)}+\frac{1+c}{8}+\frac{1+a}{8}\ge\frac{3b}{4};\quad \frac{c^3}{(1+a)(1+b)}+\frac{1+a}{8}+\frac{1+b}{8}\ge\frac{3c}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{a^3}{(1+b)(1+c)}+\frac{b^3}{(1+c)(1+a)}+\frac{c^3}{(1+a)(1+b)} \ge \frac{a+b+c}{2}-\frac{3}{4} \ge \frac{3\sqrt[3]{abc}}{2}-\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

Dấu "=" xảy ra ⇔ a = b = c = 1.

Câu VI.b: 1) Gọi C(a; b), (AB): x –y –5 =0 ⇒ d(C; AB) = $\dfrac{|a-b-5|}{\sqrt{2}} = \dfrac{2S_{\Delta ABC}}{AB}$

$\Rightarrow |a-b-5|=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} a-b=8 & (1) \\ a-b=2 & (2) \end{array}\right.$; Trọng tâm G $\left(\frac{a+5}{3};\frac{b-5}{3}\right) \in$ (d) $\Rightarrow$ 3a –b =4 (3)

• (1), (3) $\Rightarrow$ C(–2; 10) $\Rightarrow$ r = $\frac{S}{p} = \frac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{65}+\sqrt{89}}$

• (2), (3) $\Rightarrow$ C(1; –1) $\Rightarrow$ $r = \frac{S}{p} = \frac{3}{\sqrt{2}+2\sqrt{5}}$

2) (S) tâm I(–2;3;0), bán kính R=$\sqrt{13-m} = IM$ $(m<13)$. Gọi H là trung điểm của MN

$\Rightarrow$ MH= 4 $\Rightarrow$ IH = d(I; d) = $\sqrt{-m-3}$

(d) qua A(0;1;-1), VTCP $\vec{u}=(2;1;2) \Rightarrow$ d(I; d) = $\frac{\left|\left[\vec{u};\overrightarrow{AI}\right]\right|}{|\vec{u}|} = 3$

Vậy : $\sqrt{-m-3}$ =3 $\Leftrightarrow$ m = –12

Câu VII.b: Điều kiện x, y > 0

$$\begin{cases} \log_2(x^2+y^2) = \log_2 2 + \log_2(xy) = \log_2(2xy) \\ x^2 - xy + y^2 = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2=2xy \\ x^2-xy+y^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-y)^2=0 \\ xy=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ xy=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} x=-2 \\ y=-2 \end{cases}$$

Hướng dẫn Đề sô 8

www.huynhvanluong.com

Câu I: 2) Hàm số có CĐ, CT khi m < 2 . Toạ độ các điểm cực trị là:

$$A(0;m^2-5m+5),\ B(\sqrt{2-m};1-m),\ C(-\sqrt{2-m};1-m)$$

Tam giác ABC luôn cân tại A $\Rightarrow$ ΔABC vuông tại A khi m = 1.

Câu II: 1) • Với $-2 \le x < \frac{1}{2}$: $\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}<0, \sqrt{5-2x}>0$, nên (1) luôn đúng

• Với $\frac{1}{2} < x < \frac{5}{2}$: (1) $\Leftrightarrow \sqrt{x+2}-\sqrt{3-x} \ge \sqrt{5-2x}$ $\Leftrightarrow$ $2 \le x < \frac{5}{2}$

Tập nghiệm của (1) là $S = \left[-2;\frac{1}{2}\right) \cup \left[2;\frac{5}{2}\right)$

2) (2) $\Leftrightarrow$ $(\sin x - 3)(\tan 2x + \sqrt{3}) = 0$ $\Leftrightarrow$ $x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}; k \in Z$

Kết hợp với điều kiện ta được k = 1; 2 nên $x = \frac{\pi}{3}; x = \frac{5\pi}{6}$

Câu III: • Tính $H = \int_0^1 \sqrt{\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}}dx$. Đặt $\sqrt{x} = \cos t; t \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ $\Rightarrow$ $H = 2 - \frac{\pi}{2}$

• Tính $K = \int_0^1 2x\ln(1+x)dx$. Đặt $\begin{cases} u = \ln(1+x) \\ dv = 2xdx \end{cases}$ $\Rightarrow$ $K = \frac{1}{2}$

Câu IV: Gọi V, V1, và V2 là thể tích của hình chóp S.ABCD, K.BCD và phần còn lại của hình chóp S.ABCD: $\frac{V}{V_1} = \frac{S_{ABCD}.SA}{S_{BCD}.HK} = 2.\frac{SA}{HK} = 13$

Ta được: $\frac{V}{V_1} = \frac{V_1+V_2}{V_1} = 1 + \frac{V_2}{V_1} = 13 \Leftrightarrow \frac{V_2}{V_1} = 12$

Câu V: Điều kiện $abc+a+c=b \Leftrightarrow b=\frac{a+c}{1-ac}$ vì $ac\neq 1$ và $a,b,c>0$

Đặt $a=\tan A, c=\tan C$ với $A,C\neq \frac{\pi}{2}+k\pi;k\in Z$. Ta được $b=\tan\left(A+C\right)$

(3) trở thành: $P=\frac{2}{\tan^2 A+1}-\frac{2}{\tan^2(A+C)+1}+\frac{3}{\tan^2 C+1}$

$$=2\cos^2 A-2\cos^2(A+C)+3\cos^2 C=\cos 2A-\cos(2A+2C)+3\cos^2 C$$

$$=2\sin(2A+C).\sin C+3\cos^2 C$$

Do đó: $P\leq 2\left|\sin C\right|-3\sin^2 C+3=\frac{10}{3}-\left(\left|\sin C\right|-\frac{1}{3}\right)^2\leq\frac{10}{3}$

Dấu đẳng thức xảy ra khi: $\begin{cases}\left|\sin C\right|=\frac{1}{3}\\ \left|\sin(2A+C)\right|=1\\ \sin(2A+C).\sin C>0\end{cases}$

Từ $\left|\sin C\right|=\frac{1}{3}\Rightarrow \tan C=\frac{\sqrt{2}}{4}$. Từ $\left|\sin(2A+C)\right|=1\Leftrightarrow \cos(2A+C)=0$ được $\tan A=\frac{\sqrt{2}}{2}$

Vậy $\max P=\frac{10}{3}\Leftrightarrow\left(a=\frac{\sqrt{2}}{2};b=\sqrt{2};c=\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$

Câu VI.a: 1) B(0; –1). $\overrightarrow{BM}=(2;2)$ $\Rightarrow$ MB $\perp$ BC.

Kẻ MN // BC cắt d_2 tại N thì BCNM là hình chữ nhật.

PT đường thẳng MN: $x+y-3=0$. N = MN $\cap$ d_2 $\Rightarrow$ $N\left(\frac{8}{3};\frac{1}{3}\right)$.

NC $\perp$ BC $\Rightarrow$ PT đường thẳng NC: $x-y-\frac{7}{3}=0$.

C = NC $\cap$ d_1 $\Rightarrow$ $C\left(\frac{2}{3};-\frac{5}{3}\right)$.

AB $\perp$ CM $\Rightarrow$ PT đường thẳng AB: $x+2y+2=0$.

AC $\perp$ BN $\Rightarrow$ PT đường thẳng AC: $6x+3y+1=0$

2) Phương trình mp(P) đi qua M và vuông góc với d_2: $2x-5y+z+2=0$

Toạ độ giao điểm A của d_1 và mp(P) là: $A\left(-5;-1;3\right)$ $\Rightarrow$ d: $\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-1}$

Câu VII.a: Xét $\left(1+x\right)^n=C_n^0+C_n^1.x+C_n^2.x^2+C_n^3.x^3+...+C_n^n.x^n$

- Với $x=2$ ta có: $3^n=C_n^0+2C_n^1+4C_n^2+8C_n^3+...+2^nC_n^n$ (1)

  Với $x=1$ ta có: $2^n=C_n^0+C_n^1+C_n^2+C_n^3+...+C_n^n$ (2)
- Lấy (1) – (2) ta được: $C_n^1+3C_n^2+7C_n^3+...+\left(2^n-1\right)C_n^n=3^n-2^n$
- PT $\Leftrightarrow$ $3^n-2^n=3^{2n}-2^n-6480\Leftrightarrow 3^{2n}-3^n-6480=0$ $\Rightarrow 3^n=81\Leftrightarrow n=4$

Câu VI.b: 1) Đường thẳng đi qua các giao điểm của (E) và (P): x = 2

Tâm I $\in$ Δ nên: $I=\left(6-3b;b\right)$. Ta có: $\left|6-3b-2\right|=\left|b\right|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4-3b=b\\4-3b=-b\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=1\\b=2\end{array}\right.$

$\Rightarrow$ (C): $\left(x-3\right)^2+\left(y-1\right)^2=1$ hoặc (C): $x^2+\left(y-2\right)^2=4$

2) Lấy $M\in\left(d_1\right)$ $\Rightarrow$ $M\left(1+2t_1;-1-t_1;t_1\right)$; $N\in\left(d_2\right)$ $\Rightarrow$ $N\left(-1+t;-1;-t\right)$

Suy ra $\overrightarrow{MN}=\left(t-2t_1-2;t_1;-t-t_1\right)$

$(d)\perp mp(P)\Leftrightarrow \overrightarrow{MN}=k.\vec{n};k\in R^{*}\Leftrightarrow t-2t_1-2=t_1=-t-t_1\Leftrightarrow \begin{cases} t=\dfrac{4}{5} \\ t_1=\dfrac{-2}{5}\end{cases}\Rightarrow M=\left(\dfrac{1}{5};-\dfrac{3}{5};-\dfrac{2}{5}\right)$

$\Rightarrow$ d: $x-\dfrac{1}{5}=y+\dfrac{3}{5}=z+\dfrac{2}{5}$

Câu VII.b: Từ (b) $\Rightarrow$ $y=2^{x+1}$.Thay vào (a) $\Leftrightarrow$ $x^2=1+6\log_4 2^{x+1}\Leftrightarrow x^2-3x-4=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=4\end{array}\right.$

$\Rightarrow$ Nghiệm (–1; 1), (4; 32).

Hướng dẫn Đề sô 9

Câu I: 2) YCBT $\Leftrightarrow$ phương trình y' = 0 có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1 < x_2 < 1$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'=4m^2-m-5>0 \\ f(1)=-5m+7>0 \\ \dfrac{S}{2}=\dfrac{2m-1}{3}<1 \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{5}{4}<\text{m}<\dfrac{7}{5}$

Câu II: 1) (1) $\Leftrightarrow$ cos4x = $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\pi}{16}+k\dfrac{\pi}{2}$

2) (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x^2+1}{y}+y+x-2=2 \\ \dfrac{x^2+1}{y}(y+x-2)=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x^2+1}{y}=1 \\ y+x-2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=-2 \\ y=5 \end{cases}$

Câu III: Đặt t = $\sqrt{4x+1}$. $I=\ln\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{12}$

Câu IV: $V_{A.BDMN}=\dfrac{3}{4}V_{S.ABD}=\dfrac{3}{4}.\dfrac{1}{3}SA.S_{ABD}=\dfrac{1}{4}.a\sqrt{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{3a^3}{16}$

Câu V: Đặt A = x^2+xy+y^2, B = $x^2-xy-3y^2$

- Nếu y = 0 thì B = x^2 $\Rightarrow 0\le B\le 3$
- Nếu y ≠ 0 thì đặt t = $\dfrac{x}{y}$ ta được B = A. $\dfrac{x^2-xy-3y^2}{x^2+xy+y^2}=A.\dfrac{t^2-t-3}{t^2+t+1}$

Xét phương trình: $\dfrac{t^2-t-3}{t^2+t+1}=m\Leftrightarrow (m-1)t^2+(m+1)t+m+3=0$ (1)

(1) có nghiệm $\Leftrightarrow$ m = 1 hoặc $\Delta=(m+1)^2-4(m-1)(m+3)\ge 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{-3-4\sqrt{3}}{3}\le m\le \dfrac{-3+4\sqrt{3}}{3}$

Vì $0\le A\le 3$ nên $-3-4\sqrt{3}\le B\le -3+4\sqrt{3}$

Câu VI.a: 1) $A\left(-\dfrac{2}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$, $C\left(\dfrac{8}{3};\dfrac{8}{3}\right)$, B(– 4;1)

2) I(2;2;0). Phương trình đường thẳng KI: $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-1}$. Gọi H là hình chiếu của I trên (P): H(–1;0;1). Giả sử $K(x_o;y_o;z_o)$.

Ta có: KH = KO $\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x_0-2}{3}=\dfrac{y_0-2}{2}=\dfrac{z_0}{-1} \\ \sqrt{(x_0+1)^2+y_0^2+(z_0-1)^2}=\sqrt{x_0^2+y_0^2+z_0^2} \end{cases} \Rightarrow K\left(-\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{4}\right)$

Câu VII.a: Từ (b) $\Rightarrow$ x = 2y hoặc x = 10y (c). Ta có (a) $\Leftrightarrow$ ln(1+x) – x = ln(1+y) – y (d)

Xét hàm số f(t) = ln(1+t) – t với t ∈ (–1; + ∞) ⇒ f ′(t) = $\frac{1}{1+t}-1=\frac{-t}{1+t}$

Từ BBT của f(t) suy ra; nếu phương trình (d) có nghiệm (x;y) với x ≠ y thì x, y là 2 số trái dấu, nhưng điều này mâu thuẫn (c).

Vậy hệ chỉ có thể có nghiệm (x, y) với x = y. Khi đó thay vào (3) ta được x = y = 0

Câu VI.b: 1) Gọi (d) là đường thẳng qua M vuông góc với AD cắt AD, AB lần lượt tại I và N, ta có:

$(d): x+y+1=0,\ I=(d)\cap(AD)\Rightarrow I\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)\Rightarrow N(-1;\ 0)$ (I là trung điểm MN).

$AB\perp CH\Rightarrow pt(AB): x-2y+1=0,\ A=(AB)\cap(AD)\Rightarrow A(1;\ 1)$.

AB = 2AM ⇒ AB = 2AN ⇒ N là trung điểm AB ⇒ $B(-3;-1)$.

$pt(AM): 2x-y-1=0,\ C=(AM)\cap(CH)\Rightarrow C\left(-\frac{1}{2};-2\right)$

2) Toạ độ giao điểm của d_1 và (P): A(–2;7;5)

Toạ độ giao điểm của d2 và (P): B(3;–1;1)

Phương trình đường thẳng Δ: $\frac{x+2}{5}=\frac{y-7}{-8}=\frac{z-5}{-4}$

Câu VII.b: PT ⇔ $\begin{cases}2^x-1+\sin(2^x+y-1)=0 & (1)\\ \cos(2^x+y-1)=0 & (2)\end{cases}$

Từ (2) ⇒ $\sin(2^x+y-1)=\pm1$. Thay vào (1) ⇒ x = 1 ⇒ $y=-1-\frac{\pi}{2}+k\pi$

Hướng dẫn Đề số 10

www.huynhvanluong.com

Câu I: 2) $AB^2=(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2=2(m^2+12)$

⇒ AB ngắn nhất ⇔ AB^2 nhỏ nhất ⇔ m = 0. Khi đó $AB=\sqrt{24}$

Câu II: 1) PT ⇔ (1– sinx)(6cosx + 2sinx – 7) = 0 ⇔ 1– sinx = 0 ⇔ $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$

2) BPT ⇔ $\sqrt{\log_2^2x-\log_2x^2-3}>\sqrt{5}(\log_2x-3)$ (1)

Đặt t = $\log_2$x. (1) ⇔ $\sqrt{t^2-2t-3}>\sqrt{5}(t-3)\Leftrightarrow\sqrt{(t-3)(t+1)}>\sqrt{5}(t-3)$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t\le-1\\ \begin{cases}t>3\\(t+1)(t-3)>5(t-3)^2\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t\le-1\\3<t<4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2x\le-1\\3<\log_2x<4\end{array}\right.\Leftrightarrow\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}0<x\le\frac{1}{2}\\8<x<16\end{array}\right.$$

Câu III: Đặt tanx = t . $I=\int(t^3+3t+\frac{3}{t}+t^{-3})dt=\frac{1}{4}\tan^4x+\frac{3}{2}\tan^2x+3\ln|\tan x|-\frac{1}{2\tan^2x}+C$

Câu IV: Kẻ đường cao HK của ΔAA_1H thì HK chính là khoảng cách giữa AA_1 và B_1C_1.

Ta có $AA_1.HK=A_1H.AH\Rightarrow HK=\frac{A_1H.AH}{AA_1}=\frac{a\sqrt{3}}{4}$

Câu V: Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho 2005 số 1 và 4 số a^{2009} ta có:

$$\underbrace{1+1+...+1}_{2005}+a^{2009}+a^{2009}+a^{2009}+a^{2009}\ge2009.\sqrt[2009]{a^{2009}.a^{2009}.a^{2009}.a^{2009}}=2009.a^4\ (1)$$

Tương tự: $$\underbrace{1+1+...+1}_{2005}+b^{2009}+b^{2009}+b^{2009}+b^{2009}\ge2009.\sqrt[2009]{b^{2009}.b^{2009}.b^{2009}.b^{2009}}=2009.b^4\ (2)$$

$$\underbrace{1+1+...+1}_{2005}+c^{2009}+c^{2009}+c^{2009}+c^{2009}\ge2009.\sqrt[2009]{c^{2009}.c^{2009}.c^{2009}.c^{2009}}=2009.c^4\ (3)$$

Từ (1), (2), (3) ta được: $6015+4(a^{2009}+b^{2009}+c^{2009})\ge2009(a^4+b^4+c^4)$

$\Leftrightarrow\ 6027 \ge 2009(a^4+b^4+c^4)$. Từ đó suy ra $P=a^4+b^4+c^4 \le 3$

Mặt khác tại a = b = c = 1 thì P = 3 nên giá trị lớn nhất của P = 3.

Câu VI.a: 1) Phương trình đường phân giác góc tạo bởi d_1, d_2 là:

$$\frac{|x-7y+17|}{\sqrt{1^2+(-7)^2}}=\frac{|x+y-5|}{\sqrt{1^2+1^2}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x+3y-13=0 & (\Delta_1) \\ 3x-y-4=0 & (\Delta_2) \end{array}\right.$$

Đường thẳng cần tìm đi qua M(0;1) và song song với Δ_1,Δ_2

KL: $x+3y-3=0$ và $3x-y+1=0$

2) Kẻ CH $\perp$ AB', CK $\perp$ DC' $\Rightarrow$ CK $\perp$ (ADC'B') nên ΔCKH vuông tại K.

$\Rightarrow CH^2=CK^2+HK^2=\dfrac{49}{10}$. Vậy phương trình mặt cầu: $(x-3)^2+(y-2)^2+z^2=\dfrac{49}{10}$

Câu VII.a: Có tất cả $C_4^2.C_5^2.4!$ = 1440 số.

Câu VI.b: 1) $\begin{cases} A\in(d_1) \\ B\in(d_2)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A(a;-1-a) \\ B(2b-2;b)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MA}=(a-1;-1-a) \\ \overrightarrow{MB}=(2b-3;b)\end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} A\left(-\dfrac{2}{3};-\dfrac{1}{3}\right) \\ B(-4;-1)\end{cases} \Rightarrow (d): x-5y-1=0$ hoặc $\begin{cases} A(0;-1) \\ B(4;3)\end{cases} \Rightarrow (d): x-y-1=0$

2) Phương trình mặt phẳng (α) đi qua M(0;1;1) vuông góc với (d_1): $3x+2y+z-3=0$.

Toạ độ giao điểm A của (d_2) và (α) là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x+2y+z-3=0 \\ x+1=0 \\ x+y-z+2=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=5/3 \\ z=8/3\end{cases}$

Đường thẳng cần tìm là AM có phương trình: $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{5}$

Câu VII.b: Ta có: $P=\left(1+x^2(1-x)\right)^8=\sum\limits_{k=0}^{8} C_8^k x^{2k}(1-x)^k$. Mà $(1-x)^k=\sum\limits_{i=0}^{k} C_k^i(-1)^i x^i$

Để ứng với x^8 ta có: $2k+i=8; 0\le i\le k\le 8 \Rightarrow 0\le k\le 4$.

Xét lần lượt các giá trị k $\Rightarrow$ k = 3 hoặc k = 4 thoả mãn.

Do vậy hệ số của x^8 là: $a=C_8^3C_3^2(-1)^2+C_8^4C_4^0(-1)^0=238$.

Hướng dẫn Đề số 11

Câu I: Sử dụng điều kiện tiếp xúc $\Rightarrow$ M(0;1) và M(0;–1)

Câu II: 1) Đặt $\log(x^2+1)=y$. PT $\Leftrightarrow y^2+(x^2-5)y-5x^2=0 \Leftrightarrow y=5 \vee y=-x^2$

Nghiệm: $x=\pm\sqrt{99999}$; x = 0

2) PT $\Leftrightarrow$ $(\cos x-1)(\cos x-\sin x-\sin x.\cos x+2)=0$ $\Leftrightarrow$ $x=k2\pi$. Vì $|x-1|<3 \Leftrightarrow -2<x<4$ nên nghiệm là: x = 0

Câu III: Đặt $\begin{cases} u=\ln(x^2+x+1) \\ dv=xdx\end{cases} \Rightarrow$ I = $\dfrac{3}{4}\ln 3-\dfrac{3}{4}\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{x^2+x+1}dx$.

Tính $I_1=\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{x^2+x+1}dx=\int_0^1 \frac{1}{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}dx$.

Đặt $x+\dfrac{1}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\tan t, t\in\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right) \Rightarrow I_1=\dfrac{\sqrt{3}}{9}\pi$.

Vậy: $I=\dfrac{3}{4}\ln 3-\dfrac{\sqrt{3}\pi}{12}$.

Câu IV: $S_{td} = \dfrac{ab\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{2c}$

Câu V: Vì $0<x<1 \Rightarrow 1-x^2>0$ Áp dụng BĐT Côsi ta có:

$$\frac{2}{3} = \frac{2x^2+(1-x^2)+(1-x^2)}{3} \ge \sqrt[3]{2x^2(1-x^2)^2} \Rightarrow \frac{2}{3\sqrt{3}} \ge x(1-x^2) \Rightarrow \frac{x}{1-x^2} \ge \frac{3\sqrt{3}}{2}x^2$$

Tương tự: $\dfrac{y}{1-y^2} \ge \dfrac{3\sqrt{3}}{2}y^2$; $\quad \dfrac{z}{1-z^2} \ge \dfrac{3\sqrt{3}}{2}z^2$

Khi đó: $P \ge \dfrac{3\sqrt{3}}{2}(x^2+y^2+z^2) \ge \dfrac{3\sqrt{3}}{2}(xy+yz+zx) = \dfrac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow P_{\min} = \dfrac{3\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x=y=z=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

Câu VI.a: 1) Gọi A = d ∩ (P) ⇒ $A(1;-3;1)$.

Phương trình mp(Q) qua A và vuông góc với d: $-x+2y+z+6=0$

Δ là giao tuyến của (P) và (Q) ⇒ Δ: $\{x=1+t; y=-3; z=1+t$

2) Xét hai trường hợp: d ⊥ (Ox) và d $\not\perp$ (Ox) ⇒ d: $4x+9y-43=0$

Câu VII.a: PT $\Leftrightarrow \begin{cases} z-w-zw=8 \\ (z-w)^2+2(z-w)-15=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} zw=-5 \\ z-w=3 \end{cases} (a) \vee \begin{cases} zw=-13 \\ z-w=-5 \end{cases} (b)$

(a) $\Leftrightarrow \begin{cases} w=\dfrac{-3+i\sqrt{11}}{2} \\ z=\dfrac{3+i\sqrt{11}}{2} \end{cases} \vee \begin{cases} w=\dfrac{-3-i\sqrt{11}}{2} \\ z=\dfrac{3-i\sqrt{11}}{2} \end{cases}$; (b) $\Leftrightarrow \begin{cases} w=\dfrac{5+i\sqrt{27}}{2} \\ z=\dfrac{-5+i\sqrt{27}}{2} \end{cases} \vee \begin{cases} w=\dfrac{5-i\sqrt{27}}{2} \\ z=\dfrac{-5-i\sqrt{27}}{2} \end{cases}$

Câu VI.b: 1) Gọi G là trọng tâm của ABCD ta có: $G\left(\dfrac{7}{3};\dfrac{14}{3};0\right)$.

Ta có: $MA^2+MB^2+MC^2+MD^2 = 4MG^2+GA^2+GB^2+GC^2+GD^2$

$\ge GA^2+GB^2+GC^2+GD^2$. Dấu bằng xảy ra khi $M \equiv G\left(\dfrac{7}{3};\dfrac{14}{3};0\right)$.

2) $B = AB \cap Ox \Rightarrow B(1;0)$, $A \in AB \Rightarrow A\left(a;3\sqrt{7}(a-1)\right) \Rightarrow a>1$ (do $x_A>0, y_A>0$).

Gọi AH là đường cao $\Delta ABC \Rightarrow H(a;0) \Rightarrow C(2a-1;0) \Rightarrow BC=2(a-1), AB=AC=8(a-1)$.

Chu vi $\Delta ABC = 18 \Leftrightarrow a=2 \Rightarrow C(3;0), A\left(2;3\sqrt{7}\right)$.

Câu VII.b: Đặt $\begin{cases} u=x-1 \\ v=y-1 \end{cases}$. Hệ PT $\Leftrightarrow \begin{cases} u+\sqrt{u^2+1}=3^v \\ v+\sqrt{v^2+1}=3^u \end{cases}$

$\Rightarrow 3^u+u+\sqrt{u^2+1} = 3^v+v+\sqrt{v^2+1} \Leftrightarrow f(u)=f(v)$, với $f(t)=3^t+t+\sqrt{t^2+1}$

Ta có: $f'(t) = 3^t\ln 3 + \dfrac{t+\sqrt{t^2+1}}{\sqrt{t^2+1}} > 0 \Rightarrow$ *f(t)* đồng biến

$\Rightarrow u=v \Rightarrow u+\sqrt{u^2+1}=3^u \Leftrightarrow u-\log_3(u+\sqrt{u^2+1})=0$ (2)

Xét hàm số: $g(u)=u-\log_3\left(u+\sqrt{u^2+1}\right) \Rightarrow g'(u)>0 \Rightarrow$ *g(u)* đồng biến

Mà $g(0)=0 \Rightarrow u=0$ là nghiệm duy nhất của (2).

KL: $x=y=1$ là nghiệm duy nhất của hệ PT.

Hướng dẫn Đề số 12

www.huynhvanluong.com

Câu I: 2) (C_m) và Ox có đúng 2 điểm chung phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} y \text{ có CĐ, CT} \\ y_{CĐ} = 0 \text{ hoặc } y_{CT} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \pm 1$

Câu II: 1) PT $\Leftrightarrow \Leftrightarrow \begin{cases} (2\cos x - 1)(\sin x \cos x + 2) = 0 \\ 2\sin x + \sqrt{3} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi$

2) Đặt $2^x = u > 0; \sqrt[3]{2^{x+1} - 1} = v$.

PT $\Leftrightarrow \begin{cases} u^3 + 1 = 2v \\ v^3 + 1 = 2u \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^3 + 1 = 2v \\ (u - v)(u^2 + uv + v^2 + 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = v > 0 \\ u^3 - 2u + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \log_2 \dfrac{-1 + \sqrt{5}}{2} \end{array} \right.$

Câu III: Đặt $x = \dfrac{\pi}{2} - t \Rightarrow dx = -dt \Rightarrow I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\cos t dt}{(\sin t + \cos t)^3} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\cos x dx}{(\sin x + \cos x)^3}$

$\Rightarrow 2I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{dx}{(\sin x + \cos x)^2} = \dfrac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{dx}{\sin^2(x + \frac{\pi}{4})} = -\dfrac{1}{2}\cot(x + \dfrac{\pi}{4})\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = 1 \Rightarrow I = \dfrac{1}{2}$

Câu IV: $\varphi = \widehat{SCA} \in \left(0; \dfrac{\pi}{2}\right) \Rightarrow V_{SABC} = \dfrac{a^3}{6}(\sin\varphi - \sin^3\varphi)$. Xét hàm số $y = \sin x - \sin^3 x$ trên khoảng $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$.

Từ BBT $\Rightarrow (V_{SABC})_{\max} = \dfrac{a^3}{6} y_{\max} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$ khi $\sin\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{3}}, \varphi \in \left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$

Câu V: Đặt $t = \sqrt{2 - x} - \sqrt{2 + x} \Rightarrow t' = \dfrac{-1}{2\sqrt{2 - x}} - \dfrac{1}{2\sqrt{2 + x}} < 0$

$\Rightarrow t = t(x)$ nghịch biến trên $[-2; 2] \Rightarrow t \in [-2; 2]$. Khi đó: PT $\Leftrightarrow 2m = t^2 + 2t - 4$

Xét hàm $f(t) = t^2 + 2t - 4$ với $t \in [-2; 2]$.

Từ BBT $\Rightarrow$ Phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -5 < 2m \leq -4 \Leftrightarrow -\dfrac{5}{2} < m \leq -2$

Câu VI.a: 1) PT đường thẳng d cắt tia Ox tại A(a;0), tia Oy tại B(0;b): $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$ (a,b>0)

M(3; 1) $\in$ d $1 = \dfrac{3}{a} + \dfrac{1}{b} \overset{Cô-si}{\geq} 2\sqrt{\dfrac{3}{a}.\dfrac{1}{b}} \Rightarrow ab \geq 12$.

Mà $OA + 3OB = a + 3b \geq 2\sqrt{3ab} = 12 \Rightarrow (OA + 3OB)_{\min} = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3b \\ \dfrac{3}{a} = \dfrac{1}{b} = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 2 \end{cases}$

Phương trình đường thẳng d là: $\dfrac{x}{6} + \dfrac{y}{2} = 1 \Leftrightarrow x + 3y - 6 = 0$

2) Gọi (Q) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB $\Rightarrow$ (Q): $x + y - z - 3 = 0$

d là giao tuyến của (P) và (Q) $\Rightarrow$ d: $\{x = 2; y = t + 1; z = t$

M $\in$ d $\Rightarrow M(2; t + 1; t) \Rightarrow AM = \sqrt{2t^2 - 8t + 11}$.

Vì AB = $\sqrt{12}$ nên ΔMAB đều khi MA = MB = AB

$\Leftrightarrow 2t^2 - 8t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{4 \pm \sqrt{18}}{2} \Rightarrow M\left(2; \dfrac{6 \pm \sqrt{18}}{2}; \dfrac{4 \pm \sqrt{18}}{2}\right)$

Câu VII.a: Ta có $(1 - x)^n = C_n^0 - C_n^1 x + C_n^2 x^2 - .... + (-1)^n C_n^n x^n = B$

Vì $\int_0^1 (1 - x)^n dx = \dfrac{1}{n + 1}$, $\int_0^1 B dx = C_n^0 - \dfrac{1}{2}C_n^1 + \dfrac{1}{3}C_n^2 + ... + (-1)^n \dfrac{1}{n + 1}C_n^n \Rightarrow n + 1 = 13 \Rightarrow n = 12$

- $(\dfrac{2}{x^3} + x^5)^n = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k.(\dfrac{2}{x^3})^{n-k}(x^5)^k$, $T_{k+1} = C_{12}^k.2^{12-k}.x^{8k-36} \Rightarrow 8k - 36 = 20 \Leftrightarrow k = 7$

$\Rightarrow$ Hệ số của x^{20} là: $C_{12}^7.2^5 = 25344$

Câu VI.b: 1) Phương trình tham số của Δ: $\begin{cases} x = t \\ y = 3t - 5 \end{cases}$. M $\in \Delta \Rightarrow$ M(t; 3t – 5)

$S_{MAB} = S_{MCD} \Leftrightarrow d(M, AB).AB = d(M, CD).CD \Leftrightarrow t = -9 \vee t = \dfrac{7}{3} \Rightarrow M(-9; -32),\ M(\dfrac{7}{3}; 2)$

2) Gọi AB là đường vuông góc chung của Δ_1, Δ_2: $A(2t;t;4) \in \Delta_1$, $B(3+s;-s;0) \in \Delta_2$

AB $\perp \Delta_1$, AB $\perp \Delta_2 \Rightarrow A(2;1;4), B(2;1;0)$

$\Rightarrow$ Phương trình mặt cầu là: $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=4$

Câu VII.b: Hàm số luôn có hai điểm cực trị $x_1=-m-2,\ x_2=-m+2$. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị là $AB=\sqrt{(y_2-y_1)^2+(x_2-x_1)^2}=\sqrt{2}|x_1-x_2| = 4\sqrt{2}$ (không đổi)

Hướng dẫn Đề số 13

Câu I: 2) AB = $\sqrt{\dfrac{(2m-1)^2}{2}+4} \ge 2$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow m=\dfrac{1}{2} \Rightarrow$ AB ngắn nhất $\Leftrightarrow m=\dfrac{1}{2}$.

Câu II: 1) Đặt $t=|\sin x-\cos x|,\ t\ge 0$. PT $\Leftrightarrow 4t^2-t-3=0 \Leftrightarrow x=k\dfrac{\pi}{2}$.

2) Hệ PT $\Leftrightarrow \begin{cases}(m-1)x^4+2(m-3)x^2+2m-4=0 \quad (1)\\ y=\dfrac{x^2+2}{x^2+1}\end{cases}$.

• Khi m = 1: Hệ PT $\Leftrightarrow \begin{cases}2x^2+1=0\\ y=\dfrac{x^2+2}{x^2+1}\end{cases} \quad (VN)$

• Khi m ≠ 1. Đặt t = x^2, $t\ge 0$. Xét $f(t)=(m-1)t^2+2(m-3)t+2m-4=0 \quad (2)$

Hệ PT có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (1) có ba nghiệm *x* phân biệt

$\Leftrightarrow$ (2) có một nghiệm t = 0 và 1 nghiệm t > 0 $\Leftrightarrow \begin{cases}f(0)=0\\ S=\dfrac{2(m-3)}{1-m}>0\end{cases} \Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow m=2$.

Câu III: • $I=\int_0^1 x^3\sqrt{1-x^2}\,dx$ Đặt: $t=\sqrt{1-x^2} \Rightarrow I=\int_0^1 (t^2-t^4)\,dt=\dfrac{2}{15}$.

• J = $\int_1^e \dfrac{xe^x+1}{x(e^x+\ln x)}dx = \int_1^e \dfrac{d(e^x+\ln x)}{e^x+\ln x} = \ln|e^x+\ln x|\Big|_1^e = \ln\dfrac{e^e+1}{e}$

Câu IV: Ta có A'M, B'B, C'N đồng quy tại S. Đặt $V_1 = V_{SBMN}$, $V_2 = V_{SB'A'C'}$, $V = V_{MBNC'A'B'}$.

Ta có $\dfrac{SB}{SB'}=\dfrac{a-x}{a} \Rightarrow SB=\dfrac{a(a-x)}{x}$, (0< x < a)

Xét phép vị tự tâm S tỉ số k = $1-\dfrac{x}{a}$ ta có: $\dfrac{V_1}{V_2}=\left(\dfrac{a-x}{a}\right)^3$. Mà $V_2=\dfrac{1}{3}S_{\Delta A'B'C'}.SB'=\dfrac{a^4}{6x}$.

$\Rightarrow V_1=\dfrac{a^4}{6x}\left(1-\dfrac{x}{a}\right)^3$; Do đó: $V=V_2-V_1=\dfrac{a^4}{6x}\left(1-\left(1-\dfrac{x}{a}\right)^3\right)=\dfrac{a^3}{6}\left[1+\left(1-\dfrac{x}{a}\right)+\left(1-\dfrac{x}{a}\right)^2\right]$

Theo đề bài V = $\dfrac{1}{3}a^3 \Leftrightarrow \dfrac{a^3}{6}\left[1+\left(1-\dfrac{x}{a}\right)+\left(1-\dfrac{x}{a}\right)^2\right]=\dfrac{1}{3}a^3 \Leftrightarrow \left(1-\dfrac{x}{a}\right)^2+\left(1-\dfrac{x}{a}\right)-1=0$ (*)

Đặt $t=\left(1-\dfrac{x}{a}\right), t>0$ (vì $0<x<a$), PT (*) $\Leftrightarrow t^2+t-1=0 \Rightarrow t=\dfrac{1}{2}(\sqrt{5}-1) \Rightarrow x=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}a$

Câu V: Ta có: 4(x + y) = 5 $\Rightarrow$ 4y = 5 – 4x $\Rightarrow$ S = $\dfrac{4}{x}+\dfrac{1}{4y}=\dfrac{20-15x}{x(5-4x)}$, với $0<x<\dfrac{5}{4}$

Dựa vào BBT $\Rightarrow$ MinS = 5 đạt được khi x = 1, y = $\dfrac{1}{4}$

Câu VI.a: 1) Tâm I là giao điểm của d với đường phân giác của góc tạo bởi Δ_1 và Δ_2.
2)

Câu VII.a: $z = 2 - i$; $z = 2 + 3i$ z

Câu VI.b: 1) Đường thẳng d: y = ax + b gần các điểm đã cho $M_i(x_i; y_i)$, i = 1,..., 5 nhất thì một điều kiện cần là $f(a) = \sum_{i=1}^{5}\left(y_1 - \overline{y}_i\right)^2$ bé nhất, trong đó $\overline{y}_i = ax_i + b$.

Đường thẳng d đi qua điểm M(163; 50) $\Rightarrow$ 50 = 163a + b $\Rightarrow$ d: y = ax – 163a + 50.

Từ đó: $f(a) = (48 - 155a + 163a - 50)^2 + (50 - 159a + 163a - 50)^2 + (54 - 163a + 163a - 50)^2 +$
$+ (58 - 167a + 163a - 50)^2 + (60 - 171a + 163a - 50)^2$

$= (8a - 2)^2 + (4a)^2 + 4^2 + (8 - 4a)^2 + (10 - 8a)^2 = 2\left(80a^2 - 129a + 92\right)$.(P)

$\Rightarrow$ f(a) bé nhất khi a = $\frac{129}{160} \Rightarrow$ b = $-\frac{13027}{160}$. Đáp số: d: $y = \frac{129}{160}x - \frac{13027}{160}$

2) OABC là hình chữ nhật $\Rightarrow$ B(2; 4; 0) $\Rightarrow$ Tọa độ trung điểm H của OB là H(1; 2; 0), H chính là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông OCB.

+ Đường thẳng vuông góc với mp(OCB) tại H cắt mặt phẳng trung trực của đoạn OS (mp có phương trình z = 2) tại I $\Rightarrow$ I là tâm mặt cầu đi qua 4 điểm O, B, C, S.

+ Tâm I(1; 2; 2) và bán kính R = OI = $\sqrt{1 + 2^2 + 2^2} = 3 \Rightarrow$ (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 9$

Câu VII.b: Chứng minh rằng : $\left|8a^4 - 8a^2 + 1\right| \le 1$, với mọi a $\in$ [–1; 1].

Đặt: a = sinx, khi đó: $\left|8a^4 - 8a^2 + 1\right| \le 1 \Leftrightarrow \left|8\sin^2 x(\sin^2 x - 1) + 1\right| \le 1 \Leftrightarrow \left|1 - 8\sin^2 x\cos^2 x\right| \le 1$.

$\Leftrightarrow \left|1 - 8\sin^2 x\cos^2 x\right| \le 1 \Leftrightarrow \left|1 - 2\sin^2 2x\right| \le 1 \Leftrightarrow \left|\cos 4x\right| \le 1$ (đúng với mọi x).

Hướng dẫn Đề số 14

www.huynhvanluong.com

Câu I: 2) Lấy $M(x_0; y_0) \in$ (C). $d_1 = d(M_0, TCĐ) = |x_0 + 1|$, $d_2 = d(M_0, TCN) = |y_0 - 2|$.

$d = d_1 + d_2 = |x_0 + 1| + |y_0 - 2| = |x_0 + 1| + \left|\frac{-3}{x_0 + 1}\right| \overset{Cô-si}{\ge} 2\sqrt{3}$.

Dấu "=" xảy ra khi $x_0 = -1 \pm \sqrt{3}$

Câu II: 1) Đặt $u = \sqrt{x}, v = \sqrt{y}$ $(u \ge 0, v \ge 0)$. Hệ PT $\Leftrightarrow \begin{cases} u + v = 1 \\ u^3 + v^3 = 1 - 3m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u + v = 1 \\ uv = m \end{cases}$.

ĐS: $0 \le m \le \frac{1}{4}$.

2) Dùng công thức hạ bậc. ĐS: $x = k\frac{\pi}{2}$ $(k \in Z)$

Câu III: $I = \frac{\pi}{2} - \frac{2}{3}$

Câu IV: V = $\frac{1}{6}ya(a + x)$. $V^2 = \frac{1}{36}a^2(a - x)(a + x)^3$. $V_{max} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ khi $x = \frac{a}{2}$.

Câu V: Áp dụng BĐT Côsi: $(x + y)(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}) \ge 4 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \ge \frac{4}{x + y}$.

Ta có: $\frac{1}{2x + y + x} \le \frac{1}{4}\left(\frac{1}{x + y} + \frac{1}{x + z}\right) \le \frac{1}{16}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{x} + \frac{1}{z}\right)$.

Tương tự cho hai số hạng còn lại. Cộng vế với vế ta được đpcm.

Câu VI.a: 1) $A\left(\frac{2}{7}; \frac{4\sqrt{3}}{7}\right), B\left(\frac{2}{7}; -\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$.

2) (P): $y + z + 3 + 3\sqrt{2} = 0$ hoặc (P): $y + z + 3 - 3\sqrt{2} = 0$

Câu VII.a: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$

Câu VI.b: 1) Áp dụng công thức tính bán kính qua tiêu: FA = x_1 + 2, FB = x_2 + 2.

AB = FA = FB = $x_1 + x_2$ + 4.

2) Gọi P là chu vi của tam giác MAB thì P = AB + AM + BM.

Vì AB không đổi nên P nhỏ nhất khi và chỉ khi AM + BM nhỏ nhất.

Điểm $M \in \Delta$ nên $M\left(-1+2t;1-t;2t\right)$. $AM + BM = \sqrt{(3t)^2 + (2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(3t-6)^2 + (2\sqrt{5})^2}$

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, ta xét hai vectơ $\vec{u} = \left(3t;2\sqrt{5}\right)$ và $\vec{v} = \left(-3t+6;2\sqrt{5}\right)$.

Ta có $\begin{cases} |\vec{u}| = \sqrt{\left(3t\right)^2 + \left(2\sqrt{5}\right)^2} \\ |\vec{v}| = \sqrt{\left(3t-6\right)^2 + \left(2\sqrt{5}\right)^2} \end{cases} \Rightarrow AM + BM = |\vec{u}| + |\vec{v}|$ và $\vec{u} + \vec{v} = \left(6;4\sqrt{5}\right) \Rightarrow |\vec{u} + \vec{v}| = 2\sqrt{29}$

Mặt khác, ta luôn có $|\vec{u}| + |\vec{v}| \geq |\vec{u} + \vec{v}|$ Như vậy $AM + BM \geq 2\sqrt{29}$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\vec{u}, \vec{v}$ cùng hướng $\Leftrightarrow \dfrac{3t}{-3t+6} = \dfrac{2\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} \Leftrightarrow t = 1$

$\Rightarrow M\left(1;0;2\right)$ và $\min\left(AM + BM\right) = 2\sqrt{29}$. Vậy khi M(1;0;2) thì minP = $2\left(\sqrt{11} + \sqrt{29}\right)$

Câu VII.b: $f(x) = 1 - 3\ln\left(3-x\right)$; $f'(x) = -3\dfrac{1}{\left(3-x\right)}\left(3-x\right)' = \dfrac{3}{3-x}$

Ta có: $\dfrac{6}{\pi}\int\limits_0^{\pi} \sin^2\dfrac{t}{2}dt = \dfrac{6}{\pi}\int\limits_0^{\pi} \dfrac{1-\cos t}{2}dt = \dfrac{3}{\pi}(t - \sin t)\Big|_0^{\pi} = \dfrac{3}{\pi}\left[(\pi - \sin\pi) - (0 - \sin 0)\right] = 3$

Khi đó: $f'(x) > \dfrac{\dfrac{6}{\pi}\int\limits_0^{\pi}\sin^2\dfrac{t}{2}dt}{x+2} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{3}{3-x} > \dfrac{3}{x+2} \\ x < 3;\ x \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2x-1}{\left(x-3\right)\left(x+2\right)} < 0 \\ x < 3;\ x \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < -2 \\ \dfrac{1}{2} < x < 3 \end{array}\right.$

Hướng dẫn Đề số 15

Câu I: 2) A (2; –2) và B(–2;2)

Câu II: 1) PT $\Leftrightarrow \begin{cases} 2(1-\cos x)(\sin 2x - \sin x) = 0 \\ \sin x \neq 0,\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi$

2) Đặt $t = (x-1)\sqrt{\dfrac{x}{x-1}}$. PT có nghiệm khi $t^2 + 4t - m = 0$ có nghiệm, suy ra $m \geq -4$.

Câu III: Đặt $\sin^2 x = t \Rightarrow I = \dfrac{1}{2}\int\limits_0^1 e^t(1-t)dt = \dfrac{1}{2}e$

Câu IV: Gọi OH là đường cao của ΔOAM, ta có:

$\begin{cases} SO = OA.cotg\alpha = R.cotg\alpha \\ SA = \dfrac{OA}{\sin\alpha} = \dfrac{R}{\sin\alpha} \end{cases} \Rightarrow AH = SA.\sin\beta = R\dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha}$

$\Rightarrow OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \dfrac{R}{\sin\alpha}\sqrt{\sin^2\alpha - \sin^2\beta}$.

Vậy: $V_{S.AOM} = \dfrac{1}{3}.SO.AH.OH = \dfrac{R^3\cos\alpha\sin\beta}{3\sin^3\alpha}\sqrt{\sin^2\alpha - \sin^2\beta}$.

Câu V: Từ gt $\Rightarrow a^2 \leq 1 \Rightarrow$ 1 + a ≥ 0. Tương tự, 1 + b ≥ 0, 1 + c ≥ 0

$\Rightarrow (1+a)(1+b)(1+c) \ge 0 \Rightarrow 1+a+b+c+ab+ac+bc+abc \ge 0$. (a)

Mặt khác $a^2+b^2+c^2+a+b+c+ab+ac+bc = \frac{1}{2}(1+a+b+c)^2 \ge 0$. (b)

Cộng (a) và (b) $\Rightarrow$ đpcm

Câu VI.a: 1) $P_{M/(C)} = 27 > 0 \Rightarrow$ M nằm ngoài (C). (C) có tâm I(1;–1) và R = 5.

Mặt khác: $P_{M/(C)} = \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 3MB^2 \Rightarrow MB = 3 \Rightarrow BH = 3 \Rightarrow IH = \sqrt{R^2 - BH^2} = 4 = d[M,(d)]$

Ta có: pt(d): a(x – 7) + b(y – 3) = 0 ($a^2 + b^2 > 0$).

$d[M,(d)] = 4 \Leftrightarrow \frac{|-6a-4b|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 0 \\ a = -\frac{12}{5}b \end{array}\right.$.

Vậy (d): y – 3 = 0 hoặc (d): 12x – 5y – 69 = 0.

2) Phương trình mp(ABC): 2x + y – z – 2 = 0. $H\left(\frac{2}{3};\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$

Câu VII.a: Đặt $t = \log_2 x$. PT $\Leftrightarrow t^2 - (7-x)t + 12 - 4x = 0 \Leftrightarrow$ t = 4; t =3 – x $\Leftrightarrow$ x = 16; x = 2

Câu VI.b: 1) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1;2) \Rightarrow AB = \sqrt{5}$. Phương trình AB: $2x + y - 2 = 0$.

$I \in (d): y = x \Rightarrow I(t;t)$. I là trung điểm của AC và BD nên: $C(2t-1;2t), D(2t;2t-2)$

Mặt khác: $S_{ABCD} = AB.CH = 4$ (CH: chiều cao) $\Rightarrow CH = \frac{4}{\sqrt{5}}$.

Ngoài ra: $d(C;AB) = CH \Leftrightarrow \frac{|6t-4|}{\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \frac{4}{3} \Rightarrow C\left(\frac{5}{3};\frac{8}{3}\right), D\left(\frac{8}{3};\frac{2}{3}\right) \\ t = 0 \Rightarrow C(-1;0), D(0;-2) \end{array}\right.$

Vậy $C\left(\frac{5}{3};\frac{8}{3}\right), D\left(\frac{8}{3};\frac{2}{3}\right)$ hoặc $C(-1;0), D(0;-2)$

2) Gọi mp(P) qua C và vuông góc với AH $\Rightarrow (P) \perp d_1 \Rightarrow (P): x + y - 2z + 1 = 0$

$B = (P) \cap d_2 \Rightarrow B(1;4;3) \Rightarrow$ phương trình $BC: \{x = 1 + 2t;\ y = 4 - 2t;\ z = 3$

Gọi mp(Q) qua C, vuông góc với d_2, (Q) cắt d_2 và AB tại K và M. Ta có:
$(Q): x - 2y + z - 2 = 0 \Rightarrow K(2;2;4) \Rightarrow M(1;2;5)$ (K là trung điểm của CM).

$\Rightarrow ptAB: \frac{x-1}{0} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-3}{-2}$, do $A = AB \cap d_1 \Rightarrow A(1;2;5) \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]\right| = 2\sqrt{3}$.

Câu VII.b: PT $\Leftrightarrow f(x) = 2008^x - 2007x - 1 = 0$ với x $\in (-\infty; +\infty)$

$f'(x) = 2008^x.\ln 2008 - 2007;\ f''(x) = 2008^x \ln^2 2008 > 0,\ \forall x$

$\Rightarrow f'(x)$ luôn luôn đồng biến.

Vì *f (x)* liên tục và $\lim\limits_{x\to-\infty} f'(x) = -2007;\ \lim\limits_{x\to+\infty} f'(x) = +\infty \Rightarrow \exists x_0$ để $f'(x_0) = 0$

Từ BBT của *f(x)* $\Rightarrow$ *f(x)* = 0 không có quá 2 nghiệm.
Vậy PT có 2 nghiệm là x = 0; x = 1

Hướng dẫn Đề số 16

www.huynhvanluong.com

Câu I: 2) MN: x + 2y + 3 = 0. PT đường thẳng (d) $\perp$ MN có dạng: y = 2x + m.
Gọi A, B $\in$ (C) đối xứng nhau qua MN. Hoành độ của A và B là nghiệm của PT:

$\frac{2x-4}{x+1}=2x+m \Rightarrow 2x^2+mx+m+4=0 \quad (x \neq -1) \quad (1)$

(d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt ⇔ (1) có $\Delta = m^2 - 8m - 32 > 0$

Ta có $A(x_1; 2x_1 + m)$, $B(x_2; 2x_2 + m)$ với x_1, x_2 là nghiệm của (1)

Trung điểm của AB là $I\left(\frac{x_1+x_2}{2}; x_1+x_2+m\right) \equiv I\left(-\frac{m}{4}; \frac{m}{2}\right)$ (theo định lý Vi-et)

Ta có $I \in MN \Rightarrow m = -4$, (1) $\Rightarrow 2x^2 - 4x = 0 \Rightarrow A(0; -4), B(2;0)$

Câu II: 1) PT ⇔ $\cos 2x + \cos\frac{3x}{4} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 1 \\ \cos\frac{3x}{4} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{m8\pi}{3} \end{cases} (k; m \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = 8n\pi$

2) Nhận xét; $x = \pm 1$ là các nghiệm của PT. PT $\Leftrightarrow 3^x = \frac{2x+1}{2x-1}$.

Dựa vào tính đơn điệu ⇒ PT chỉ có các nghiệm $x = \pm 1$.

Câu III: Ta có $\frac{1+\sin x}{1+\cos x} = \frac{1+2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}}{2\cos^2\frac{x}{2}} = \frac{1}{2\cos^2\frac{x}{2}} + \tan\frac{x}{2}$. $K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{e^x dx}{2\cos^2\frac{x}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \tan\frac{x}{2} dx = e^{\frac{\pi}{2}}$

Câu IV: Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, M là trung điểm của BC $\widehat{AMS} = \alpha$. Gọi I là tâm của mặt cầu nội tiếp hình chóp, $I \in SO$; N là hình chiếu của I trên SM, MI là phân giác của $\widehat{AMS} = \alpha$.

Ta có $SO = OM \tan\alpha = \frac{a\sqrt{3}}{6}\tan\alpha$ (Với a là độ dài của cạnh đáy)

Ta có $SO^2 + OM^2 = SB^2 - BM^2 \Leftrightarrow \frac{a^2}{12}\tan^2\alpha + \frac{a^2}{12} = 1 - \frac{a^2}{4} \Rightarrow a = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{4+\tan^2\alpha}}$

$r = OI = OM.\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{\tan\frac{\alpha}{2}}{\sqrt{4+\tan^2\alpha}}$. Vậy $V = \frac{4\pi\tan^3\frac{\alpha}{2}}{3\sqrt{\left(4+\tan^2\alpha\right)^3}}$

Câu V: Vì a + b + c = 2 nên độ dài mỗi cạnh nhỏ hơn 1.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-Si cho ba số dương: 1 – a, 1 – b, 1 – c

$3 - (a+b+c) \geq 3\sqrt[3]{(1-a)(1-b)(1-c)} > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{27} \geq (1-a)(1-b)(1-c) > 0$

$\Leftrightarrow \frac{28}{27} \geq ab+bc+ca-abc > 1 \Leftrightarrow 2 < 2ab+2bc+2ca+2abc \leq \frac{56}{27}$

$\Leftrightarrow 2 < (a+b+c)^2 - (a^2+b^2+c^2+2abc) \leq \frac{56}{27} \Leftrightarrow \frac{52}{27} \leq a^2+b^2+c^2+2abc < 2$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $a = b = c = \frac{2}{3}$.

Câu VI.a: 1) Giả sử AB: $5x - 2y + 6 = 0$; AC: $4x + 7y - 21 = 0 \Rightarrow A(0;3)$

Phương trình đường cao BO: $7x - 4y = 0 \Rightarrow B(-4; -7)$

A nằm trên Oy, vậy đường cao AO nằm trên trục Oy ⇒ BC: $y + 7 = 0$

2) Gọi $A(a; 0; 0) \in Ox \Rightarrow d(A; (P)) = \frac{|2a|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}} = \frac{|2a|}{3}$; $d(A; d) = \frac{\sqrt{8a^2-24a+36}}{3}$

$d(A; (P)) = d(A; d) \Leftrightarrow \frac{|2a|}{3} = \frac{\sqrt{8a^2-24a+36}}{3} \Leftrightarrow 4a^2 = 8a^2-24a+36 \Leftrightarrow 4a^2-24a+36=0$

$\Leftrightarrow 4(a-3)^2 = 0 \Leftrightarrow a = 3$. Vậy có một điểm A(3; 0; 0).

Câu VII.a: Vì $\cos x \neq 0$ nên chia tử và mẫu của hàm số cho $\cos^3 x$ ta được: $y = \frac{1+\tan^2 x}{2\tan^2 x - \tan^3 x}$

Đặt t = tanx $\Rightarrow$ $t \in (0;\sqrt{3}]$. Khảo sát hàm số $y = \dfrac{1+t^2}{2t^2 - t^3}$ trên nửa khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{3}\right]$

$$y' = \frac{t^4 + 3t^2 - 4t}{(2t^2 - t^3)^2} \quad ; \quad y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$$

Từ BBT $\Rightarrow$ giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 2 khi x = $\dfrac{\pi}{4}$.

Câu VI.b: 1) M $\in$ (D) $\Rightarrow$ M(3b+4; b) $\Rightarrow$ N(2 – 3b; 2 – b)

N $\in$ (C) $\Rightarrow (2 - 3b)^2 + (2 - b)^2 - 4(2 - b) = 0 \Rightarrow b = 0;\ b = \dfrac{6}{5}$

Vậy có hai cặp điểm: M(4;0) và N(2;2) hoặc $M\left(\dfrac{38}{5};\dfrac{6}{5}\right),\ N\left(-\dfrac{8}{5};\dfrac{4}{5}\right)$

2) Ta có $\overrightarrow{AB} = (6;-4;4) \Rightarrow$ AB//(d). Gọi H là hình chiếu của A trên (d)

Gọi (P) là mặt phẳng qua A và (P) $\perp$ (d) $\Rightarrow$ (P): 3x – 2y + 2z + 3 = 0

H = (d)$\cap$ (P) $\Rightarrow$ H(–1;2;2). Gọi A′ là điểm đối xứng của A qua (d) $\Rightarrow$ H là trung điểm của AA′

$\Rightarrow$ A′(–3;2;5). Ta có A, A′, B, (d) cùng nằm trong một mặt phẳng.

Gọi M = A′B$\cap$(d) . Lập phương trình đường thẳng A′B $\Rightarrow$ M(2;0;4)

Câu VII.b: Gọi $\beta = r(\cos\varphi + i\sin\varphi) \Rightarrow \beta^3 = r^3(\cos 3\varphi + i\sin 3\varphi)$

Ta có: $r^3(\cos 3\varphi + i\sin 3\varphi) = 3\left(\cos\dfrac{2\pi}{3} + i\sin\dfrac{2\pi}{3}\right) \Rightarrow \begin{cases} r = \sqrt[3]{3} \\ 3\varphi = \dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r = \sqrt[3]{3} \\ \varphi = \dfrac{2\pi}{9} + \dfrac{k2\pi}{3} \end{cases}$

Suy ra $\beta = \sqrt[3]{3}\left(\cos\left(\dfrac{2\pi}{9} + k\dfrac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\dfrac{2\pi}{9} + k\dfrac{2\pi}{3}\right)\right)$.

Hướng dẫn Đề số 17

www.huynhvanluong.com

Câu I: 2) Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C): $x^2 + (m-3)x + 1 - m = 0,\quad x \neq 1$ (*)

(*) có 2 nghiệm phân biệt là x_A và x_B $\Rightarrow$ A(x_A; x_A + m), B(x_B; x_B + m),

Theo định lí Viét: $\begin{cases} x_A + x_B = 3 - m \\ x_A.x_B = 1 - m \end{cases}$

Để ΔOAB vuông tại O thì $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow x_A x_B + (x_A + m)(x_B + m) = 0$

$\Leftrightarrow 2x_A x_B + m(x_A + x_B) + m^2 = 0 \Leftrightarrow m = -2$

Câu II: 1) PT $\Leftrightarrow (1 + \sin x)(1 - \sin x)(\cos x - 1) = 2(1 + \sin x)(\sin x + \cos x)$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1 + \sin x = 0 \\ \sin x + \cos x + \sin x\cos x + 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1 + \sin x = 0 \\ (1 + \sin x)(\cos x + 1) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{array}\right.$$

2) (b) $\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2\sqrt{(x^2+1).(y^2+1)} = 14 \Leftrightarrow xy + 2\sqrt{(xy)^2 + xy + 4} = 11$ (c)

Đặt xy = p. $(c) \Leftrightarrow 2\sqrt{p^2 + p + 4} = 11 - p \Leftrightarrow \begin{cases} p \le 11 \\ 3p^2 + 26p - 105 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} p = 3 \\ p = \dfrac{-35}{3} \end{array}\right.$

(a) $\Leftrightarrow (x + y)^2 = 3xy + 3$ • p = xy = $-\dfrac{35}{3}$ (loại) • p = xy = 3 $\Rightarrow x + y = \pm 2\sqrt{3}$

1/ Với $\begin{cases} xy = 3 \\ x + y = 2\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow x = y = \sqrt{3}$ 2/ Với $\begin{cases} xy = 3 \\ x + y = -2\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow x = y = -\sqrt{3}$

Vậy hệ có hai nghiệm là: $\left(\sqrt{3};\sqrt{3}\right)$, $\left(-\sqrt{3};-\sqrt{3}\right)$

Câu III: $I=\int_0^{\pi/2} e^{\cos x}.\sin 2xdx+\int_0^{\pi/2}\sin x.\sin 2xdx$

- $I_1=\int_0^{\pi/2} e^{\cos x}.\sin 2x.dx$. Đặt cosx = t ⇒ I_1 = 2
- $I_2=\int_0^{\pi/2}\sin x.\sin 2xdx=\frac{1}{2}\int_0^{\pi/2}\left(\cos x-\cos 3x\right)dx=\frac{1}{2}\left(\sin x-\frac{\sin 3x}{3}\right)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{2}{3}$

$\Rightarrow I=2+\frac{2}{3}=\frac{8}{3}$

Câu IV: Gắn hệ trục toạ độ sao cho: A(0; 0; 0), B(a; 0; 0), D(0; a; 0), C(a; a; 0), S(0; 0; a), $M\left(0;\frac{a}{2};0\right)$, $N\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};\frac{a}{2}\right)\Rightarrow\left[\overrightarrow{BN},\overrightarrow{BM}\right]=\left(-\frac{a^2}{4};-\frac{a^2}{2};\frac{a^2}{4}\right)$

$\Rightarrow V_{BMND}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{BN},\overrightarrow{BM}\right]\overrightarrow{BD}\right|=\frac{a^3}{24}$

Mặt khác, $V_{BMND}=\frac{1}{3}S_{BMN}.d\left(D,(BMN)\right)$, $S_{BMN}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{BN},\overrightarrow{BM}\right]\right|=\frac{a^2\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}$

$\Rightarrow d\left(D,(BMN)\right)=\frac{3V_{BMND}}{S_{BMN}}=\frac{a\sqrt{6}}{6}$

Câu V: Xét hàm số: $f(x)=e^x+\cos x-2-x+\frac{x^2}{2}$, $x\in R$.

$f'(x)=e^x-\sin x-1+x\Rightarrow f''(x)=e^x+1-\cos x>0,\forall x\in R$

⇒ *f ′(x)* là hàm số đồng biến và *f ′(x) = 0* có tối đa một nghiệm.

Kiểm tra thấy x = 0 là nghiệm duy nhất của *f ′(x)=0*.

Dựa vào BBT của *f(x)* ⇒ $f(x)\ge 0,\forall x\in R\Leftrightarrow e^x+\cos x\ge 2+x-\frac{x^2}{2}$, $\forall x\in R$.

Câu VI.a: 1) d: a(x – 1)+ b(y –2) = 0 ⇔ ax + by – a – 2b = 0 ($a^2+b^2>0$)

Vì d cắt (C) theo dây cung có độ dài bằng 8 nên khoảng cách từ tâm I(2; –1) của (C) đến d bằng 3.

$$d\left(I,d\right)=\left|\frac{2a-b-a-2b}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|=3\Leftrightarrow\left|a-3b\right|=3\sqrt{a^2+b^2}\Leftrightarrow 8a^2+6ab=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\ a=-\frac{3}{4}b\end{array}\right.$$

- a = 0: chọn b = 1 ⇒ d: y – 2 = 0
- a = $-\frac{3}{4}b$: chọn a = 3, b = – 4 ⇒ d: 3x – 4 y + 5 = 0.

2) Do (β) // (α) nên (β) có phương trình 2x + 2y – z + D = 0 (D ≠ 17)

Mặt cầu (S) có tâm I(1; –2; 3), bán kính R = 5

Đường tròn có chu vi 6π nên có bán kính r = 3.

Khoảng cách từ I tới (β) là h = $\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$

Do đó $\frac{\left|2.1+2(-2)-3+D\right|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}}=4\Leftrightarrow\left|-5+D\right|=12\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}D=-7\\ D=17\ (loại)\end{array}\right.$

Vậy (β) có phương trình 2x + 2y – z – 7 = 0

Câu VII.a: Gọi A là biến cố lập được số tự nhiên chia hết cho 5, có 5 chữ số khác nhau.

* Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau: $A_8^5-A_7^4=5880$ số

* Số các số tự nhiên chia hết cho 5 có 5 chữ số khác nhau: A_7^4 + 6. A_6^3 = 1560 số

⇒ P(A) = $\frac{1560}{5880}=\frac{13}{49}$

Câu VI.b: 1) Đường thẳng BC có VTCP là: $\vec{U}=(3;-4)$ ⇒ phương trình BC: $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{-4}$

⇒ Toạ độ điểm $C(-1;3)$

+ Gọi B' là điểm đối xứng của B qua d_2, I là giao điểm của BB' và d_2.

⇒ phương trình BB': $\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{2} \Leftrightarrow 2x-y-5=0$

+ Toạ độ điểm I là nghiệm của hệ: $\begin{cases}2x-y-5=0\\x+2y-5=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3\\y=1\end{cases} \Rightarrow I(3;1)$

+ Vì I là trung điểm BB' nên: $\begin{cases}x_{B'}=2x_I-x_B=4\\y_{B'}=2y_I-y_B=3\end{cases} \Rightarrow B'(4;3)$

+ Đường AC qua C và B' nên có phương trình: y –3 =0.

+ Toạ độ điểm A là nghiệm của hệ: $\begin{cases}y-3=0\\3x-4y+27=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-5\\y=3\end{cases} \Rightarrow A(-5;3)$

2) Theo giả thiết ta có M(m; 0; 0) ∈Ox , N(0; n; 0) ∈Oy , P(0; 0; p) ∈ Oz.

Ta có : $\begin{cases}\overrightarrow{DP}=(1;-1;p-1);\overrightarrow{NM}=(m;-n;0)\\\overrightarrow{DN}=(1;n-1;-1);\overrightarrow{PM}=(m;0;-p)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\overrightarrow{DP}.\overrightarrow{NM}=m+n\\\overrightarrow{DN}.\overrightarrow{PM}=m+p\end{cases}$.

Phương trình mặt phẳng (α): $\frac{x}{m}+\frac{y}{n}+\frac{z}{p}=1$. Vì D ∈(α) nên: $\frac{-1}{m}+\frac{1}{n}+\frac{1}{p}=1$.

D là trực tâm của ΔMNP ⇔ $\begin{cases}\overrightarrow{DP}\perp\overrightarrow{NM}\\\overrightarrow{DN}\perp\overrightarrow{PM}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\overrightarrow{DP}.\overrightarrow{NM}=0\\\overrightarrow{DN}.\overrightarrow{PM}=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m+n=0\\m+p=0\\\frac{-1}{m}+\frac{1}{n}+\frac{1}{p}=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m=-3\\n=p=3\end{cases}$

Kết luận, phương trình của mặt phẳng (α): $\frac{x}{-3}+\frac{y}{3}+\frac{z}{3}=1$

Câu VII.b: $S=C_{2009}^0+C_{2009}^1+C_{2009}^2+...+C_{2009}^{1004}$ (1)

$\Leftrightarrow S=C_{2009}^{2009}+C_{2009}^{2008}+C_{2009}^{2007}+...+C_{2009}^{1005}$ (2) (vì $C_n^k=C_n^{n-k}$)

$\Rightarrow 2S=C_{2009}^0+C_{2009}^1+C_{2009}^2+...+C_{2009}^{1004}+C_{2009}^{1005}+...+C_{2009}^{2009}=(1+1)^{2009}$

$\Rightarrow S=2^{2008}$

Hướng dẫn Đề số 18

Câu I: 2) Ta có: $M\left(x_0;\frac{2x_0-3}{x_0-2}\right)$, $x_0\neq 2$, $y'(x_0)=\frac{-1}{(x_0-2)^2}$

Phương trình tiếp tuyến Δ với (C) tại M : $\Delta: y=\frac{-1}{(x_0-2)^2}(x-x_0)+\frac{2x_0-3}{x_0-2}$

Toạ độ giao điểm A, B của (Δ) và hai tiệm cận là: $A\left(2;\frac{2x_0-2}{x_0-2}\right)$; $B(2x_0-2;2)$

Ta có: $\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{2+2x_0-2}{2}=x_0=x_M$, $\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{2x_0-3}{x_0-2}=y_M$ ⇒ M là trung điểm AB.

Mặt khác I(2; 2) và ΔIAB vuông tại I nên đường tròn ngoại tiếp ΔIAB có diện tích:

$$S=\pi IM^2=\pi\left[(x_0-2)^2+\left(\frac{2x_0-3}{x_0-2}-2\right)^2\right]=\pi\left[(x_0-2)^2+\frac{1}{(x_0-2)^2}\right]\geq 2\pi$$

Dấu "=" xảy ra khi $(x_0-2)^2=\dfrac{1}{(x_0-2)^2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=1 \\ x_0=3 \end{array}\right. \Rightarrow$ M(1; 1) và M(3; 3)

Câu II: 1) PT $\Leftrightarrow \sin x\left(\sin\dfrac{x}{2}-1\right)\left(2\sin^2\dfrac{x}{2}+2\sin\dfrac{x}{2}+1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ x=\pi+k4\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow x=k\pi$

2) BPT $\Leftrightarrow x[\log_2(1-2x)+1]<0$ $\left(x<\dfrac{1}{2}\right) \Leftrightarrow \dfrac{1}{4}<x<\dfrac{1}{2}$ hoặc $x<0$

Câu III: $I=\int_1^e \dfrac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}}dx+3\int_1^e x^2\ln x dx = \dfrac{2(2-\sqrt{2})}{3}+\dfrac{2e^3+1}{3}=\dfrac{5-2\sqrt{2}+2e^3}{3}$

Câu IV: Dùng định lí côsin tính được: SB = a , SC = a.

Gọi M là trung điểm của SA. Hai tam giác SAB và SAC cân nên MB ⊥ SA, MC ⊥ SA. Suy ra SA ⊥ (MBC).

Ta có $V_{S.ABC}=V_{S.MBC}+V_{A.MBC}=\dfrac{1}{3}MA.S_{MBC}+\dfrac{1}{3}SA.S_{MBC}=\dfrac{1}{3}SA.S_{MBC}$

Hai tam giác SAB và SAC bằng nhau. Do đó MB = MC ⇒ ΔMBC cân tại M. Gọi N là trung điểm của BC ⇒ MN ⊥ BC. Tương tự MN ⊥ SA.

$$MN^2=AN^2-AM^2=AB^2-BN^2-AM^2=a^2-\left(\dfrac{a}{4}\right)^2-\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2=\dfrac{3a^2}{16} \Rightarrow MN=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Do đó: $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SA.\dfrac{1}{2}MN.BC=\dfrac{1}{6}a\sqrt{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{4}.\dfrac{a}{2}=\dfrac{a^3}{16}$.

Câu V: Áp dụng Bất đẳng thức Côsi cho ba số dương ta có

$$(x+y+z)\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}\right)\ge 3\sqrt[3]{xyz}\dfrac{3}{\sqrt[3]{xyz}}=9 \Rightarrow \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}\ge\dfrac{9}{x+y+z} \quad (*)$$

Áp dụng (*) ta có $P=\dfrac{1}{\sqrt[3]{a+3b}}+\dfrac{1}{\sqrt[3]{b+3c}}+\dfrac{1}{\sqrt[3]{c+3a}}\ge\dfrac{9}{\sqrt[3]{a+3b}+\sqrt[3]{b+3c}+\sqrt[3]{c+3a}}$

Áp dụng Bất đẳng thức Côsi cho ba số dương ta có :

$$\sqrt[3]{(a+3b)1.1}\le\dfrac{a+3b+1+1}{3}=\dfrac{1}{3}(a+3b+2)$$
$$\sqrt[3]{(b+3c)1.1}\le\dfrac{b+3c+1+1}{3}=\dfrac{1}{3}(b+3c+2)$$
$$\sqrt[3]{(c+3a)1.1}\le\dfrac{c+3a+1+1}{3}=\dfrac{1}{3}(c+3a+2)$$

Suy ra: $\sqrt[3]{a+3b}+\sqrt[3]{b+3c}+\sqrt[3]{c+3a}\le\dfrac{1}{3}\left[4(a+b+c)+6\right]\le\dfrac{1}{3}\left[4.\dfrac{3}{4}+6\right]=3$

Do đó $P\ge 3$. Dấu = xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=\dfrac{3}{4} \\ a+3b=b+3c=c+3a=1 \end{cases} \Leftrightarrow a=b=c=\dfrac{1}{4}$

Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất bằng 3 khi $a=b=c=\dfrac{1}{4}$.

Câu VI.a: 1) d_1 VTCP $\vec{a}_1=(2;-1)$; d_2 VTCP $\vec{a}_2=(3;6)$

Ta có: $\vec{a}_1.\vec{a}_2=2.3-1.6=0$ nên $d_1\perp d_2$ và d_1 cắt d_2 tại một điểm I khác P. Gọi d là đường thẳng đi qua P(2; -1) có phương trình:

$$d: A(x-2)+B(y+1)=0 \Leftrightarrow Ax+By-2A+B=0$$

d cắt d_1, d_2 tạo ra một tam giác cân có đỉnh I ⇔ khi d tạo với d_1 (hoặc d_2) một góc 45^0

$$\Leftrightarrow \dfrac{|2A-B|}{\sqrt{A^2+B^2}\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\cos 45^0 \Leftrightarrow 3A^2-8AB-3B^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A=3B \\ B=-3A \end{array}\right.$$

* Nếu A = 3B ta có đường thẳng $d: 3x+y-5=0$

* Nếu B = –3A ta có đường thẳng $d: x-3y-5=0$

Vậy có hai đường thẳng thoả mãn yêu cầu bài toán. $d: 3x+y-5=0$; $d: x-3y-5=0$

2) Dễ thấy A′(1; –1; 0)

Phương trình mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-5x-2y-2z+1=0$

$\Rightarrow$ (S) có tâm $I\left(\frac{5}{2};1;1\right)$, bán kính $R=\frac{\sqrt{29}}{2}$

+) Gọi H là hình chiếu của I lên (P). H là tâm của đường tròn (C)

+) Phương trình đường thẳng (d) đi qua I và vuông góc với (P).

$$d: \begin{cases} x=5/2+t \\ y=1+t \\ z=1+t \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{5}{3};\frac{1}{6};\frac{1}{6}\right)$$

$IH=\sqrt{\frac{75}{36}}=\frac{5\sqrt{3}}{6}$, (C) có bán kính $r=\sqrt{R^2-IH^2}=\sqrt{\frac{29}{4}-\frac{75}{36}}=\sqrt{\frac{31}{6}}=\frac{\sqrt{186}}{6}$

Câu VII.a: Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d):

$$|x^2-4x|=2x \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} x^2-4x=2x \\ x^2-4x=-2x \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} x^2-6x=0 \\ x^2-2x=0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \\ x=6 \end{array}\right.$$

Suy ra: $S=\left|\int_0^2\left(\left|x^2-4x\right|-2x\right)dx\right|+\left|\int_2^6\left(\left|x^2-4x\right|-2x\right)dx\right| = \frac{4}{3}+16=\frac{52}{3}$

Câu VI.b: 1) (H) có các tiêu điểm $F_1(-5;0);F_2(5;0)$. Hình chữ nhật cơ sở của (H) có một đỉnh là M(4; 3),

Giả sử phương trình chính tắc của (E) có dạng: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ (với a > b)

(E) cũng có hai tiêu điểm $F_1(-5;0);F_2(5;0)\Rightarrow a^2-b^2=5^2$ (1)

$M(4;3)\in(E)\Leftrightarrow 9a^2+16b^2=a^2b^2$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ: $\begin{cases} a^2=5^2+b^2 \\ 9a^2+16b^2=a^2b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=40 \\ b^2=15 \end{cases}$. Vậy (E): $\frac{x^2}{40}+\frac{y^2}{15}=1$

2) Chuyển phương trình d về dạng tham số ta được: $\begin{cases} x=2t-3 \\ y=t-1 \\ z=t+3 \end{cases}$

Gọi I là giao điểm của (d) và (P) $\Rightarrow I(-1;0;4)$

* (d) có vectơ chỉ phương là $\vec{a}(2;1;1)$, mp(P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(1;2;-1)$

$\Rightarrow\left[\vec{a},\vec{n}\right]=(-3;3;3)$. Gọi $\vec{u}$ là vectơ chỉ phương của Δ $\Rightarrow\vec{u}(-1;1;1)$

$\Rightarrow\Delta: \begin{cases} x=1-u \\ y=u \\ z=4+u \end{cases}$. Vì $M\in\Delta\Rightarrow M(-1-u;u;4+u)$, $\Rightarrow\overrightarrow{AM}(1-u;u-3;u)$

AM ngắn nhất $\Leftrightarrow AM\perp\Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\vec{u}=0\Leftrightarrow -1(1-u)+1(u-3)+1.u=0$

$\Leftrightarrow u=\frac{4}{3}$. Vậy $M\left(\frac{-7}{3};\frac{4}{3};\frac{16}{3}\right)$

Câu VII.b: PT (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} x+1\ge 0 \\ 3x^2+1+xy=x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -1 \\ x(3x+y-1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -1 \\ \left[\begin{array}{l} x=0 \\ 3x+y-1=0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ \begin{cases} x\ge -1 \\ y=1-3x \end{cases} \end{array}\right.$

* Với x = 0 thay vào (1): $2+2^{y-2}=3.2^y \Leftrightarrow 8+2^y=12.2^y \Leftrightarrow 2^y=\frac{8}{11} \Leftrightarrow y=\log_2\frac{8}{11}$

* Với $\begin{cases} x \ge -1 \\ y = 1 - 3x \end{cases}$ thay y = 1 – 3x vào (1) ta được: $2^{3x+1} + 2^{-3x-1} = 3.2$ (3)

Đặt $t = 2^{3x+1}$. Vì $x \ge -1$ nên $t \ge \frac{1}{4}$

$$(3) \Leftrightarrow t + \frac{1}{t} = 6 \Leftrightarrow t^2 - 6t + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 3 - \sqrt{8}\ (loại) \\ t = 3 + \sqrt{8} \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3}\left[\log_2(3+\sqrt{8}) - 1\right] \\ y = 2 - \log_2(3+\sqrt{8}) \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $\begin{cases} x = 0 \\ y = \log_2 \frac{8}{11} \end{cases}$ và $\begin{cases} x = \frac{1}{3}\left[\log_2(3+\sqrt{8}) - 1\right] \\ y = 2 - \log_2(3+\sqrt{8}) \end{cases}$

Hướng dẫn Đề số 19

www.huynhvanluong.com

Câu I: 2) d có phương trình y = m(x – 3) + 4.

Hoành độ giao điểm của d và (C) là nghiệm của phương trình:

$$x^3 - 3x^2 + 4 = m(x-3) + 4 \Leftrightarrow (x-3)(x^2 - m) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x^2 - m = 0 \end{array}\right.$$

Theo bài ra ta có điều kiện m > 0 và $y'(\sqrt{m}).y'(-\sqrt{m}) = -1$

$\Rightarrow (3m - 6\sqrt{m})(3m + 6\sqrt{m}) = -1 \Leftrightarrow 9m^2 - 36m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{18 \pm 3\sqrt{35}}{9}$ (thỏa mãn)

Câu II: 1) y = 0 không phải là nghiệm. Hệ PT $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2+1}{y} + x + y - 2 = 2 \\ \frac{x^2+1}{y}(x + y - 2) = 1 \end{cases}$

Đặt $u = \frac{x^2+1}{y}, v = x + y - 2$. Ta có hệ $\begin{cases} u + v = 2 \\ uv = 1 \end{cases} \Leftrightarrow u = v = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2+1}{y} = 1 \\ x + y - 2 = 1 \end{cases}$

Nghiệm của hpt đã cho là (1; 2), (–2; 5).

2) Điều kiện: $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \ne 0$

Ta có $\tan\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \tan\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\cot\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = -1$

PT $\Leftrightarrow \sin^3 x.\sin 3x + \cos^3 x \cos 3x = \frac{1}{8}$

$$\Leftrightarrow \frac{1 - \cos 2x}{2} \cdot \frac{\cos 2x - \cos 4x}{2} + \frac{1 + \cos 2x}{2} \cdot \frac{\cos 2x + \cos 4x}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\Leftrightarrow 2(\cos 2x + \cos 2x \cos 4x) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos^3 2x = \frac{1}{8} \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k\pi\ \ (loaïi) \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{array}\right.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Câu III: Đặt $\begin{cases} u = \ln(x^2+x+1) \\ dv = xdx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \dfrac{2x+1}{x^2+x+1}dx \\ v = \dfrac{x^2}{2} \end{cases}$

$$I = \frac{x^2}{2}\ln(x^2+x+1)\Big|_0^1 - \frac{1}{2}\int_0^1 \frac{2x^3+x^2}{x^2+x+1}dx = \frac{1}{2}\ln 3 - \frac{1}{2}\int_0^1 (2x-1)dx + \frac{1}{4}\int_0^1 \frac{2x+1}{x^2+x+1}dx - \frac{3}{4}\int_0^1 \frac{dx}{x^2+x+1}$$

$$\Rightarrow I = \frac{3}{4}\ln 3 - \frac{\sqrt{3}\pi}{12}$$

Câu IV: Gọi M là trung điểm của BC, gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên AA'. Khi đó (P) ≡ (BCH). Do góc $\widehat{A'AM}$ nhọn nên H nằm giữa AA'. Thiết diện của lăng trụ cắt bởi (P) là tam giác BCH.

Do tam giác ABC đều cạnh a nên $AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}, AO = \dfrac{2}{3}AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

Theo bài ra $S_{BCH} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{8} \Rightarrow \dfrac{1}{2}HM.BC = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{8} \Rightarrow HM = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$

$$AH = \sqrt{AM^2 - HM^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{3a^2}{16}} = \frac{3a}{4}$$

Do ΔA'AO và ΔMAH đồng dạng nên $\dfrac{A'O}{AO} = \dfrac{HM}{AH} \Rightarrow A'O = \dfrac{AO.HM}{AH} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}\dfrac{a\sqrt{3}}{4}\dfrac{4}{3a} = \dfrac{a}{3}$

Thể tích khối lăng trụ: $V = A'O.S_{ABC} = \dfrac{1}{2}A'O.AM.BC = \dfrac{1}{2}\dfrac{a}{3}\dfrac{a\sqrt{3}}{2}a = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu V: Ta có $a^2+b^2 \geq 2ab$, $b^2+1 \geq 2b \Rightarrow \dfrac{1}{a^2+2b^2+3} = \dfrac{1}{a^2+b^2+b^2+1+2} \leq \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{ab+b+1}$

Tương tự $\dfrac{1}{b^2+2c^2+3} \leq \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{bc+c+1}$, $\dfrac{1}{c^2+2a^2+3} \leq \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{ca+a+1}$

$$P \leq \frac{1}{2}\left(\frac{1}{ab+b+1} + \frac{1}{bc+c+1} + \frac{1}{ca+a+1}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{ab+b+1} + \frac{ab}{b+1+ab} + \frac{b}{1+ab+b}\right) = \frac{1}{2}$$

$P = \dfrac{1}{2}$ khi a = b = c = 1. Vậy P đạt giá trị lớn nhất bằng $\dfrac{1}{2}$ khi a = b = c = 1

Câu VI.a: 1) Điểm $C \in CD: x+y-1=0 \Rightarrow C(t;1-t)$.

Suy ra trung điểm M của AC là $M\left(\dfrac{t+1}{2};\dfrac{3-t}{2}\right)$.

Từ A(1;2), kẻ $AK \perp CD: x+y-1=0$ tại I (điểm $K \in BC$).

Suy ra $AK: (x-1)-(y-2)=0 \Leftrightarrow x-y+1=0$

Tọa độ điểm I thỏa hệ: $\begin{cases} x+y-1=0 \\ x-y+1=0 \end{cases} \Rightarrow I(0;1)$

Tam giác ACK cân tại C nên I là trung điểm của AK $\Rightarrow$ tọa độ của $K(-1;0)$.

Đường thẳng BC đi qua C, K nên có phương trình: $\dfrac{x+1}{-7+1} = \dfrac{y}{8} \Leftrightarrow 4x+3y+4=0$

2) Gọi (P) là mặt phẳng chứa Δ, thì $(P) \mathbin{/\!/} (D)$ hoặc $(P) \supset (D)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên (P). Ta luôn có $IH \leq IA$ và $IH \perp AH$.

Mặt khác $\begin{cases} d((D),(P)) = d(I,(P)) = IH \\ H \in (P) \end{cases}$

Trong (P), $IH \leq IA$; do đó $maxIH = IA \Leftrightarrow H \equiv A$. Lúc này (P) ở vị trí ($P_0$) ⊥ IA tại A.

Vectơ pháp tuyến của (P_0) là $\vec{n} = \overrightarrow{IA} = (6;0;-3)$, cùng phương với $\vec{v} = (2;0;-1)$.

Phương trình của mặt phẳng (P_0) là: $2(x-4)-1.(z+1) = 2x-z-9=0$.

Câu VII.a: Ta có $I=\int_0^2 (1+x)^n dx=\int_0^2 \left(C_n^0+C_n^1x+C_n^2x^2+\cdots+C_n^nx^n\right)dx$

$$=\left.\left(C_n^0x+\frac{1}{2}C_n^1x^2+\frac{1}{3}C_n^2x^3+\cdots+\frac{1}{n+1}C_n^nx^{n+1}\right)\right|_0^2$$

$\Rightarrow \mathrm{I}=2C_n^0+\frac{2^2}{2}C_n^1+\frac{2^3}{3}C_n^2+\cdots+\frac{2^{n+1}}{n+1}C_n^n$ (1). Mặt khác $I=\frac{1}{n+1}(1+x)^{n+1}\Big|_0^2=\frac{3^{n+1}-1}{n+1}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $2C_n^0+\frac{2^2}{2}C_n^1+\frac{2^3}{3}C_n^2+\cdots+\frac{2^{n+1}}{n+1}C_n^n=\frac{3^{n+1}-1}{n+1}$

Theo bài ra thì $\frac{3^{n+1}-1}{n+1}=\frac{6560}{n+1}\Leftrightarrow 3^{n+1}=6561\Rightarrow n=7$

Ta có khai triển $\left(\sqrt{x}+\frac{1}{2\sqrt[4]{x}}\right)^7=\sum_0^7 C_7^k\left(\sqrt{x}\right)^{7-k}\left(\frac{1}{2\sqrt[4]{x}}\right)^k=\sum_0^7\frac{1}{2^k}C_7^kx^{\frac{14-3k}{4}}$

Số hạng chứa x^2 ứng với k thỏa mãn $\frac{14-3k}{4}=2\Leftrightarrow k=2$

Vậy hệ số cần tìm là $\frac{1}{2^2}C_7^2=\frac{21}{4}$

Câu VI.b: 1) Do B $\in$ d_1 nên B(m; – m – 5), C $\in$ d_2 nên C(7 – 2n; n)

Do G là trọng tâm ΔABC nên $\begin{cases}2+m+7-2n=3.2\\3-m-5+n=3.0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-1\\n=1\end{cases}\Rightarrow$ B(–1; –4), C(5; 1)

$\Rightarrow$ PT đường tròn ngoại tiếp ΔABC: $x^2+y^2-\frac{83}{27}x+\frac{17}{9}y-\frac{338}{27}=0$

2) Gọi G là trọng tâm của ΔABC $\Rightarrow$ G$\left(\frac{7}{3};\frac{8}{3};3\right)$

Ta có $F=MA^2+MB^2+MC^2=\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}\right)^2+\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC}\right)^2$

$$=3MG^2+GA^2+GB^2+GC^2+2\overrightarrow{MG}(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC})=3MG^2+GA^2+GB^2+GC^2$$

F nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ MG^2 nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ M là hình chiếu của G lên (P)

$$\Leftrightarrow MG=d(G,(P))=\frac{\left|\frac{7}{3}-\frac{8}{3}-3-3\right|}{\sqrt{1+1+1}}=\frac{19}{3\sqrt{3}}$$

$GA^2+GB^2+GC^2=\frac{56}{9}+\frac{32}{9}+\frac{104}{9}=\frac{64}{3}$

Vậy F nhỏ nhất bằng $3.\left(\frac{19}{3\sqrt{3}}\right)^2+\frac{64}{3}=\frac{553}{9}$ khi M là hình chiếu của G lên (P)

Câu VII.b: Đặt $\begin{cases}u=x+y\\v=x-y\end{cases}$. Hệ PT $\Leftrightarrow\begin{cases}e^{x-y}=x+y+1\\e^{x+y}=x-y+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}e^v=u+1\\e^u=v+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}e^v=u+1 & (1)\\e^u-e^v=v-u & (2)\end{cases}$

- Nếu u > v hoặc u < v thì (2) vô nghiệm
- Nên (2) $\Leftrightarrow u=v$. Thế vào (1) ta có $e^u=u+1$ (3) . Xét $f(u)=e^u-u-1$, $f'(u)=e^u-1$

Từ BBT của f(u) ta có f(u) = 0 $\Leftrightarrow u=0$.

Do đó (3) có 1 nghiệm u = 0 $\Rightarrow v=0\Rightarrow\begin{cases}x+y=0\\x-y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=0\end{cases}$

Hướng dẫn Đề số 20

www.huynhvanluong.com

Câu I: 2) Đặt $2\sin x+\frac{1}{2}=t \Rightarrow t\in\left[-\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right]$ và $g(x)=f(t)=t^3-3t^2+4$.

$f\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{27}{8}-3.\frac{9}{4}+4=\frac{-27-54+32}{8}=-\frac{49}{8}$;

$f_{CD}=f(0)=4; f_{CT}=f(2)=0;$ $\Rightarrow$ Max = 4, Min = $-\frac{49}{8}$

$f\left(\frac{5}{2}\right)=\frac{125}{8}-3.\frac{25}{4}+4=\frac{125-150+32}{8}=\frac{7}{8}$

Câu II: 1) ĐKXĐ: $x>-1, mx>0$. Như vậy trước hết phải có $m\neq 0$.

Khi đó, PT $\Leftrightarrow mx=(x+1)^2 \Leftrightarrow x^2+(2-m)x+1=0$ (1)

Phương trình này có: $\Delta=m^2-4m$.

- Với $m\in(0;4) \Rightarrow \Delta<0 \Rightarrow$ (1) vô nghiệm.
- Với $m=0$, (1) có nghiệm duy nhất $x=-1<0 \Rightarrow$ loại.
- Với $m=4$, (1) có nghiệm duy nhất x = 1 thoả ĐKXĐ nên PT đã cho có nghiệm duy nhất.
- Với $m<0$, ĐKXĐ trở thành $-1<x<0$. Khi đó $\Delta>0$ nên (1) có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 $(x_1<x_2)$. Mặt khác, $f(-1)=m<0, f(0)=1>0$ nên $x_1<-1<x_2<0$, tức là chỉ có x_2 là nghiệm của phương trình đã cho. Như vậy, các giá trị $m<0$ thoả điều kiện bài toán.
- Với $m>4$. Khi đó, điều kiện xác định trở thành $x>0$ và (1) cũng có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 $(x_1<x_2)$. Áp dụng định lý Viet, ta thấy cả hai nghiệm này đều dương nên các giá trị $m>4$ cũng bị loại.

Tóm lại, phương trình đã cho có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi: $m\in(-\infty;0)\cup\{4\}$.

2) ĐKXĐ: $x\neq\frac{k\pi}{2}$ sao cho $\sin 2x\geq 0$.

Khi đó, VT = $\sin^3 x+\cos^3 x+\sin^2 x\cos x+\cos^2 x\sin x$

$= (\sin x+\cos x)(\sin^2 x-\sin x\cos x+\cos^2 x)+\sin x\cos x(\sin x+\cos x) = \sin x+\cos x$

PT $\Leftrightarrow \sin x+\cos x=\sqrt{2\sin 2x} \Leftrightarrow \begin{cases}\sin x+\cos x\geq 0\\(\sin x+\cos x)^2=2\sin 2x \quad (1)\end{cases}$

(1) $\Leftrightarrow 1+\sin 2x=2\sin 2x \Leftrightarrow \sin 2x=1(>0) \Leftrightarrow 2x=\frac{\pi}{2}+2k\pi \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi$

Để thoả mãn điều kiện $\sin x+\cos x\geq 0$, các nghiệm chỉ có thể là: $x=\frac{\pi}{4}+2k\pi$

Câu III: Ta có: $\frac{e^{2x}-\sqrt{2x+1}}{\sqrt{3x+4}-2-x}=\frac{1-\sqrt{2x+1}+e^{2x}-1}{x}.\frac{x}{\sqrt{3x+4}-2-x}=$

$=\frac{1-\sqrt{2x+1}+e^{2x}-1}{x}.\frac{x}{\sqrt{3x+4}-2-x}=\left(\frac{1-\sqrt{2x+1}}{x}+\frac{e^{2x}-1}{x}\right).\frac{x(\sqrt{3x+4}+2+x)}{(3x+4)-(2+x)^2}$

$=\left(\frac{-2x}{x\left(1+\sqrt{2x+1}\right)}+2.\frac{e^{2x}-1}{2x}\right).\frac{x(\sqrt{3x+4}+2+x)}{-x-x^2}=-\left(\frac{-2}{1+\sqrt{2x+1}}+2.\frac{e^{2x}-1}{2x}\right).\frac{\sqrt{3x+4}+2+x}{1+x}$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{2x}-\sqrt{2x+1}}{\sqrt{3x+4}-2-x}=-(-1+2).4=-4$

Câu IV: Ta có: $CD^2=10=AC^2+AD^2$; $DB^2=5=AD^2+AB^2$; $BC^2=13=AB^2+AC^2$;

Do đó tứ diện *ABCD* có ba mặt là ba tam giác vuông tại cùng đỉnh *A*.

Lấy các điểm E, F, G, H sao cho đa diện $ABEC.DGHF$ là hình hộp chữ nhật. Hiển nhiên, mặt cầu ngoại tiếp tứ diện cũng là mặt cầu ngoại tiếp hình hộp. Tâm mặt cầu này là trung điểm *I* của đoạn *AH*, còn bán kính là $R = \frac{1}{2}AH = \frac{1}{2}\sqrt{2^2+3^2+1^2} = \frac{\sqrt{14}}{2}$.

Câu V: Đặt $f(x) = \sqrt{x^2+3} + \sqrt{(3-x)^2+5} \Rightarrow f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+3}} + \frac{x-3}{\sqrt{(3-x)^2+5}}$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x\sqrt{x^2-6x+14} = (3-x)\sqrt{x^2+3} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \le x \le 3 \\ 2x^2+18x-27=0 \end{cases}$$

Phương trình thứ hai có $\Delta' = 81+54 = 135 = 9.15$, và hai nghiệm: $x_{1,2} = \frac{-9 \pm 3\sqrt{15}}{2}$

Dễ kiểm tra rằng cả hai nghiệm này đều bị loại vì nhỏ hơn 2. Vậy, đạo hàm của hàm số không thể đổi dấu trên $[2;\infty)$, ngoài ra $f'(3) > 0$ nên $f'(x) > 0, \forall x \ge 2$. Do đó, giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ là $f(2) = \sqrt{7} + \sqrt{6}$.

Cũng dễ thấy $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$. Từ đó suy ra: hệ phương trình đã cho có nghiệm (với $x \ge 2$) khi và chỉ khi $m \ge \sqrt{6} + \sqrt{7}$.

Câu VI.a: 1) Điểm $D(d;0)$ thuộc đoạn *BC* là chân đường phân giác trong của góc A

khi và chỉ khi $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} \Leftrightarrow \frac{d-\frac{1}{4}}{2-d} = \frac{\sqrt{\left(\frac{9}{4}\right)^2 + (-3)^2}}{\sqrt{4^2+(-3)^2}} \Rightarrow 4d-1 = 6-3d \Rightarrow d = 1.$

Phương trình AD: $\frac{x+2}{3} = \frac{y-3}{-3} \Leftrightarrow x+y-1=0$; AC: $\frac{x+2}{4} = \frac{y-3}{-3} \Leftrightarrow 3x+4y-6=0$

Giả sử tâm *I* của đường tròn nội tiếp có tung độ là *b*. Khi đó hoành độ là $1-b$ và bán kính cũng bằng b. Vì khoảng cách từ *I* tới *AC* cũng phải bằng *b* nên ta có:

$$\frac{|3(1-b)+4b-6|}{\sqrt{3^2+4^2}} = b \Leftrightarrow |b-3| = 5b \Rightarrow \left[\begin{array}{l} b-3=5b \Rightarrow b = -\frac{4}{3} \\ b-3=-5b \Rightarrow b = \frac{1}{2} \end{array}\right.$$

Rõ ràng chỉ có giá trị $b = \frac{1}{2}$ là hợp lý. Vậy, phương trình của đường tròn nội tiếp ΔABC là: $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(y-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

2) Mặt phẳng *P'* đi qua đường thẳng *d'* có phương trình dạng:

$$m(2x+3y+11) + n(y-2z+7) = 0 \Leftrightarrow 2mx + (3m+n)y - 2nz + 11m + 7n = 0.$$

Để mặt phẳng này đi qua *M*, phải có: $m(-8-15+11) + n(-5-6+7) = 0 \Leftrightarrow n = -3m$

Chọn $m=1, n=-3$, ta được phương trình của *P'*: $2x+6z-10=0$.

Đường thẳng *d"* đi qua $A(2;-1;1)$ và VTCP $\vec{m} = (2;3;-5)$. Mặt phẳng *P"* đi qua M và *d"* có hai VTCP là $\vec{m}$ và $\overrightarrow{MA}(6;4;-2)$ hoặc $\vec{n}(3;2;-1)$. Vectơ pháp tuyến của *P"* là:

$$\vec{p} = \left(\begin{vmatrix} 3;-5 \\ 2;-1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -5;2 \\ -1;3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 2;3 \\ 3;2 \end{vmatrix}\right) = (7;-13;-5).$$

Phương trình của *P"*: $7(x+4) - 13(y+5) - 5(z-3) = 0 \Leftrightarrow 7x - 13y - 5z - 29 = 0.$

Đường thẳng *d* phải là giao tuyến của *P'* và *P"* nên có phương trình:

$$\begin{cases} 2x+6z-10=0 \\ 7x-13y-5z-29=0 \end{cases}$$

Câu VII.a: Điều kiện: $n \ge 3$.

Theo giả thiết thì: $n + 3n(n-1) + n(n-1)(n-2) = 9n^2 - 14n \Leftrightarrow n^2 - 9n + 14 = 0 \Leftrightarrow$ n = 7

Câu VI.b: 1) Giả sử $M\left(x,y\right)$ là điểm thuộc elip. Vì bán trục lớn của elip là $a=\dfrac{c}{e}=\dfrac{3}{0,6}=5$

nên ta có: $MF_1+MF_2=10 \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2+(y-1)^2}+\sqrt{(x-5)^2+(y-1)^2}=10$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-2)^2}{25}+\frac{(y-1)^2}{16}=1$$

2) Mặt phẳng *Q* đi qua *d* có phương trình dạng: $m\left(x-2z\right)+n\left(3x-2y+z+5\right)=0$

$$\Leftrightarrow \left(m+3n\right)x-2ny+\left(-2m+n\right)z+5n=0$$

(Q) $\perp$ (P) $\Leftrightarrow 1.(m+3n)-2(-2n)+1.(-2m+n)=0 \Leftrightarrow -m+8n=0$

Chọn m = 8, n = 1, ta được phương trình của *Q*: $11x-2y-15z+5=0$.

Vì hình chiếu *d'* của *d* trên *P* là giao tuyến của *P* và *Q* nên phương trình của *d'* sẽ là:

$$\begin{cases} x-2y+z+5=0 \\ 11x-2y-15z+5=0 \end{cases}$$

Câu VII.b: Ta chứng minh rằng $C_{2n+k}^{n}C_{2n-k}^{n}$ giảm khi k tăng, tức là:

$$C_{2n+k}^{n}C_{2n-k}^{n} > C_{2n+k+1}^{n}C_{2n-k-1}^{n}. \qquad (3)$$

Thật vậy, ta có chuỗi các biến đổi tương đương sau đây:

$$(3) \Leftrightarrow \frac{\left(2n+k\right)!\left(2n-k\right)!}{n!\left(n+k\right)!n!\left(n-k\right)!} > \frac{\left(2n+k+1\right)!\left(2n-k-1\right)!}{n!\left(n+k+1\right)!n!\left(n-k-1\right)!}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2n-k}{n-k} > \frac{2n+k+1}{n+k+1} \Leftrightarrow \frac{n}{n-k}+1 > \frac{n}{n+k+1}+1.$$

Bất đẳng thức cuối cùng là hiển nhiên; từ đó suy ra (3) đúng.

Do đó, $C_{2n+k}^{n}C_{2n-k}^{n}$ lớn nhất khi $k=0$ và nhỏ nhất khi $k=n$.