HỆ THỐNG KIẾN THỨC

Chủ đề 1: TỌA ĐỘ ĐIỂM VÀ VECTƠ

A/. CÁC KIẾN THỨC CƠ BẢN:

I/. Tọa độ điểm và véctơ :

- D là chân đường phân giác trong của góc A thì $\dfrac{\overrightarrow{DB}}{\overrightarrow{DC}} = -\dfrac{AB}{AC} \Rightarrow$ tọa độ D
- I là tâm ñöôøng tron noi tiep ΔABC thì $\dfrac{\overrightarrow{IA}}{\overrightarrow{ID}} = -\dfrac{BA}{BD} \Rightarrow$ tọa độ K

II/. Tích các vectơ và ứng dụng:

1) Tích vô hướng: *Cho* $\vec{u}(x_1;y_1;z_1)$ & $\vec{v}(x_2;y_2;z_2)$. *Ta có:*

- $\vec{u}.\vec{v} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$.
- $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u}.\vec{v} = 0 \Leftrightarrow x_1.x_2 + y_1.y_2 + z_1.z_2 = 0$

2) Tích höu höông: *cho hai vectơ* $\vec{u}(x_1;y_1;z_1)$ *và* $\vec{v}(x_2;y_2;z_2)$. *Ta có:*

- $\left[\vec{u},\vec{v}\right] = \left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} z_1 & x_1 \\ z_2 & x_2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \right)$.
- $\vec{u}$ & $\vec{v}$ *cùng phương* $\Leftrightarrow \left[\vec{u},\vec{v}\right] = \vec{0} \Leftrightarrow \dfrac{x_2}{x_1} = \dfrac{y_2}{y_1} = \dfrac{z_2}{z_1}$
- *Diện tích tam giác:* $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|$
- *Diện tích hình bình hành:* $S_{ABCD} = \left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]\right|$

***3)* Tích hon hôp (*hỗn tạp*):** Cho 3 vecto $\vec{u} = (x_1;y_1;z_1)$; $\vec{v} = (x_2;y_2;z_2)$ và $\vec{w} = (x_3;y_3;z_3)$, ta có:

- $[\vec{u};\vec{v}].\vec{w} = \begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}.x_3 + \begin{vmatrix} z_1 & x_1 \\ z_2 & x_2 \end{vmatrix}.y_3 + \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}.z_3$
- $\vec{u},\vec{v},\vec{w}$ *đồng phẳng* $\Leftrightarrow \left[\vec{u},\vec{v}\right]\vec{w} = 0$

  $\Leftrightarrow \vec{w} = k\vec{u} + l\vec{v}$ ($\forall$ k,l $\in$R)
- A,B,C,D là bốn đỉnh của tứ diện $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ không đồng phẳng.
- *Thể tích khối hộp:* $V_{ABCD.A'B'C'D'} = \left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\overrightarrow{AD}\right|$.
- *Thể tích tứ diện:* $V_{ABCD} = \dfrac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\overrightarrow{AD}\right|$.

B/.BÀI TẬP:

Bài 1: Cho A(4; -2; -1), B(1; 4; -1) và C(1; -2; -7).

a) Chứng minh A, B, C là ba đỉnh của một tam giác. Tìm trực tâm H của ΔABC. ĐS: H(3; -1; -2)

b) Tìm tâm I và bán kính R của đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Bài 2: Cho 3 điểm $A(1;1;1), B(-3;2;5), C(2m+3;m^2-m;4)$. Tìm m để tam giác ABC vuông tại A

Bài 3: Cho $A(2;1;-1), B(3;0;1), C(2;-1;3)$ và $D \in Oy$. Biết thể tích V của ABCD bằng 5. Tìm D.

Bài 4: Cho ΔABC: $A(2;-1;3), B(4;0;1), C(-10;5;3)$. Tính độ dài đường phân giác trong góc B. ĐS: $2\sqrt{5}$

Bài 5: Cho $A(2;-1;-4), B(-2;3;-4), C(2;3;-8)$. Tìm tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC

Bài 6: $A(-4;-1;2), B(3;5;-1)$.Tìm C biết trung điểm của AC thuộc Oy, trung điểm của BC thuộc Oxz

Bài 7:: Trong không gian Oxyz cho A(0;1;2) ; B(2;3;1) ; C(2;2;-1)

a) Chứng tỏ rằng OABC là một hình chữ nhật, tính diện tích hình chữ nhật đó.

b) Cho S(0;0;5).Chứng tỏ rằng S.OABC là hình chóp.Tính thể tích hình chóp.

Bài 8: Cho A(-1;0; 2), B(0; 4; 3) và C(-2;1; 2). Tìm tọa độ chân đường phân giác trong kẻ từ A.

Chủ đề 2: MẶT PHẲNG

A/. CÁC KIẾN THỨC CƠ BẢN:

I. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng:

- *$\vec{n}$ được gọi là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) nếu $\vec{n}\perp(\alpha)$.*
- *Nếu hai vectơ $\vec{u}(x_1;y_1;z_1)$ & $\vec{v}(x_2;y_2;z_2)$ có giá song song hoặc nằm trên mặt phẳng (α) thì*

vectơ pháp tuyến của (α) là: $\vec{n}=\left[\vec{u},\vec{v}\right]=\left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1\\ y_2 & z_2\end{vmatrix};\begin{vmatrix} z_1 & x_1\\ z_2 & x_2\end{vmatrix};\begin{vmatrix} x_1 & y_1\\ x_2 & y_2\end{vmatrix}\right)$

II. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng:

- *Mặt phẳng qua điểm $M\left(x_0;y_0;x_0\right)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(A;B;C)$:*

$$A\left(x-x_0\right)+B\left(y-y_0\right)+C\left(z-z_0\right)=0.$$

- *Mặt phẳng (α) cắt trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$, có phương trình*

theo đoạn chắn là: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1\ \left(abc\neq 0\right)$

III. Vị trí tương đối của hai mặt phẳng.

Cho hai mặt phẳng $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$ và $(\alpha'): A'x+B'y+C'z+D'=0$, ta có:

- $(\alpha)\equiv(\alpha') \quad \Leftrightarrow \frac{A}{A'}=\frac{B}{B'}=\frac{C}{C'}=\frac{D}{D'}$.
- $(\alpha)//(\alpha') \quad \Leftrightarrow \frac{A}{A'}=\frac{B}{B'}=\frac{C}{C'}\neq\frac{D}{D'}$.
- (α) *cắt* $(\alpha') \Leftrightarrow \frac{A}{A'}\neq\frac{B}{B'}$ hoặc $\frac{B}{B'}\neq\frac{C}{C'}$ hoặc $\frac{A}{A'}\neq\frac{C}{C'}$ *(tức là ngoài 2 t/h trên)*
- $(\alpha)\perp(\alpha') \quad \Leftrightarrow AA'+BB'+CC'=0$.

IV. Khoảng cách:

1) Khoảng cách từ một điểm tới một mặt phẳng.

Cho $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$ và điểm $M\left(x_0;y_0;z_0\right)$.

Khi đó: $d\left(M,(\alpha)\right)=\frac{\left|Ax_0+By_0+Cz_0+D\right|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$.

2) Khoảng cách giữa 2 mặt phẳng song song

Cho hai mặt phẳng song song $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$ và (β): Ax + By + Cz + D' = 0

$\Rightarrow d((\alpha),(\beta))=d(M,(\beta))=\frac{|D-D'|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$ *(với M là điểm tuỳ ý trên (α))*

VI. Chùm mặt phẳng:

Cho hai mặt phẳng (α) và (β) cắt nhau lần lượt có phương trình:

$(\alpha): Ax+By+Cz+D=0,$

$(\beta): A'x+B'y+C'z+D'=0$.

Mặt phẳng qua giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) có phương trình:

$m(Ax+By+Cz+D)+n(A'x+B'y+C'z+D')=0$ (trong đó $m^2+n^2\neq 0$)

B/. <u>BÀI TẬP:</u>

Bài 1: Cho bốn điểm A(3;-2;-2), B(3;2;0), C(0;2;1), và D(-1;1;2).

a) Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa CD và vuông góc với mp(ABC).

b) Viết phương trình mặt phẳng cắt trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại M, N, P sao cho A là trọng tâm tam giác MNP.

c) Viết phương trình mặt phẳng qua E(1; 2; 3) và cắt trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại M, N, P sao cho thể tích tứ diện OMNP là nhỏ nhất.

Bài 2: Cho hai mặt phẳng (P): 2x – y + 2z – 4 = 0, (Q): x – 2y – 2z + 4 = 0.

a) Chứng tỏ rằng hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc nhau.

b) Mặt phẳng (P) cắt ba trục tọa độ tai ba điểm A,B,C. Tính diện tích tam giác ABC.

Bài 3. Trong không gian Oxyz, M(-4 ; -9 ; 12) và A(2 ; 0 ; 0). Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M, A và cắt Oy, Oz lần lượt tại B và C sao cho OB = 1 + OC (B, C khác O)

Bài 4: Viết phương trình của mặt phẳng (P) qua F(4 ; -3 ; 2) và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng: (Q): x - y + 2z - 3 = 0 và (T): 2x - y - 3z = 0

Bài 5. Cho hai mặt phẳng: (P): 2x - y + z = 0, Q): x - 3y + 2 = 0

a) Viết phương trình của mặt phẳng (α) qua giao tuyến của (P), (Q) và song song với Ox.

b) Viết phương trình mặt phẳng (β) qua giao tuyến của xOy và (Q) và tạo với 3 mặt phẳng tọa độ một tứ diện có thể tích bằng $\dfrac{125}{36}$.

Bài 6: Trong không gian Oxyz, cho hai mặt phẳng (P): x + y – z + 5 = 0 và (Q): 2x – z = 0

a) Lập phương trình mp(α) qua giao tuyến của (P) và (Q) đi qua A(-1;2;3).

b) Lập phương trình mp (β) qua giao tuyến của (P) và (Q) và vuông góc với Oy.

c) Lập phương trình mp (χ) đi qua gốc tọa độ O và vuông góc với (P)và (Q).

Bài 7. Lập phương trình mp qua G(2 ; −1 ; 1) và cắt các trục tọa độ tại các điểm A ; B ;C sao cho G là trọng tâm của tam giác ABC.

Bài 8. Lập phương trình mp qua H(1 ; −1 ; −3) và cắt các trục tọa độ tại các điểm A; B ; C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC.

Bài 9 Xác định n và m để các cặp mp sau song song nhau :

(α): 2x + ny + 3z −5 =0; (β) **:** mx −6y −6z +2 =0 ***<u>Đáp số</u>*** : m =4 ; n =3

Bài 10: Cho 2 mp : (α_1): 2x – y + 3z + 1 = 0; (\`α_2): x + y – z + 5 = 0. Viết pt mp (P) qua giao tuyến của (α_1), (α_2) và (P) ⊥ (α_{3}): 3x-y + 1 = 0 ***<u>Đáp số</u>*** : −3x−9y+13z−33=0

Bài 11: Viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt 3 tia Ox, Oy, Oz ở 3 điểm có toạ độ không âm và cách đều gốc toạ độ.

Bài 12 : Lập phương trình của mặt phẳng (α) đi qua 2 điểm $A(2;-1;0),B(5;1;1)$ và khoảng cách từ $M\left(0;0;\dfrac{1}{2}\right)$ đến (α) bằng $6\sqrt{3}$

Bài 13 : Lập ptmp (α) qua giao tuyến của $(P): x-3y+7z+36=0$ và $(Q): 2x+y-z-15=0$, biết rằng khoảng cách từ O đến (α) bằng 3.

Bài 14 : Cho $(\alpha): 2x-y+3z+4=0$ và $M(2;-1;2)$. Viết phương trình của mặt phẳng (β) đối xứng với (α) qua M.

Bài 15: Viết pt mp (Q) qua giao tuyến của (α_1), (α_2) và (Q) song song với đt AB với A(−1;2;0) và B(0;−2;−4). ***<u>Đáp số</u>*** **:** 8x+5y−3z+31=0

Bài 16 : Viết phương trình mặt phẳng đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng $x-3z+1=0$ và $2y+3z-5=0$ và vuông góc với mặt phẳng $2x-y-1=0$

Bài 17: Định m, n để ba mp sau cùng qua 1đt $2x-y+z=0; x-3y-2z+2=0; mx-ny+4z+4=0$

Bài 18: Cho hai mặt phẳng (P): 2x + ky + 3z – 5 = 0 và (Q): mx – 6y – 6 z + 2 = 0. Xác định giá trị k và m để hai mặt phẳng (P) và (Q) song song nhau, hãy tính khoảng cách giữa chúng.

Bài 19. Cho (P): 2x + y – z – 2 = 0, (Q): -4x – 2y + 2z + 1 = 0. Tính khoảng cách giữa (P) và (Q). Viết phương trình mp(R) song song và cách đều 2 mặt phẳng (P) và (Q).

Bài 20: Cho hai mặt phẳng $\left(m^2-5\right)x-2y+mz+m-5=0$ và $x+2y-3nz+3=0$. Tìm m và n để hai mặt phẳng: a) Song song với nhau. b) Trùng nhau. c) Cắt nhau.

Bài 21: Viết ptmp chứa đt $\Delta: \frac{x}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{-1}$ và cách điểm M(1;2;0) một đoạn bằng 2/3.

Đáp số: 2x −y +2z -2 =0

Chủ đề 3: ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN

A/. <u>CÁC KIẾN THỨC CƠ BẢN:</u>

I. Phương trình của đường thẳng: *Đường thẳng đi qua* $M\left(x_0;y_0;z_0\right)$ *và có VTCP* $\vec{u}=\left(a;b;c\right)$

- Phương trình tham số: $\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \\ z=z_0+ct \end{cases}$ (mỗi đường thẳng có vô số phương trình tham số)
- Phương trình chính tắc: $\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$ (với a.b.c$\neq$0)
- Phương trình tổng quát: có thể viết được từ pt chính tắc, có dạng $\begin{cases} A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0\left(\alpha\right) \\ A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0\left(\beta\right) \end{cases}$

(nếu $\vec{n}_1$ là VTPT của $\left(\alpha\right)$, $\vec{n}_2$ là VTPT của $\left(\beta\right)$ thì $\vec{u}=\left[\vec{n}_1,\vec{n}_2\right]$ là VTCP của d)

II. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng : *Đường thẳng d đi qua* $M_0\left(x_0;y_0;z_0\right)$ *và có VTCP* $\vec{u}$*, d' đi qua* $M_0'\left(x_0';y_0';z_0'\right)$ *và có VTCP* $\vec{u}'$*, ta có:*

- d chéo d' $\Leftrightarrow$ $\left[\vec{u},\vec{u}'\right].\overrightarrow{M_0M_0'}\neq 0$
- $d\equiv d' \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\vec{u},\vec{u}'\right]=\vec{0} \\ \left[\vec{u},\overrightarrow{M_0M_0'}\right]=\vec{0} \end{cases}$
- d và d' cắt nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\vec{u},\vec{u}'\right]\neq\vec{0} \\ \left[\vec{u},\vec{u}'\right].\overrightarrow{M_0M_0'}=0 \end{cases}$
- $d // d' \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\vec{u},\vec{u}'\right]=\vec{0} \\ \left[\vec{u},\overrightarrow{M_0M_0'}\right]\neq\vec{0} \end{cases}$

B/. <u>CÁC DẠNG BÀI TẬP:</u>

❖ <u>Dạng 1</u>: **VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG**

<u>Loại 1</u>: Viết phương trình đường thẳng d khi biết điểm đi qua và véctơ chỉ phương

(áp dụng công thức)

<u>Loại 2</u>: Viết phương trình đường thẳng (d) qua A và cắt cả hai đt (d_1), (d_2) ***cho trước.***

➢ Cách 1:
- Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và chứa (d_1)
- Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A và chứa (d_2)
- $d=(P)\cap(Q)$

➢ Cách 2:
- Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và chứa (d_1).
- Xác định giao điểm B của (d_2) và (P).
- Viết phương trình đường thẳng (d): đi qua A và có vecto chỉ phương là $\overrightarrow{AB}$.

***Loại 3*: Viết phương trình đường thẳng (d) qua A và vuông góc với hai đường thẳng (d_1), (d_2)**

- Cách 1:
  - Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với (d_1)
  - Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A và vuông góc với (d_2)
  - $d=(P)\cap(Q)$
- Cách 2:
  - Xác định các vecto chỉ phương của (d_1), (d_2) lần lượt là $\overrightarrow{u_{d_1}}$ và $\overrightarrow{u_{d_2}}$
  - Gọi $\vec{w}$ là vecto chỉ phương của đường thẳng (d), ta có: $\begin{cases}\vec{w}\perp\overrightarrow{u_{d_1}}\\ \vec{w}\perp\overrightarrow{u_{d_2}}\end{cases}\Leftrightarrow \vec{w}=[\overrightarrow{u_{d_1}};\overrightarrow{u_{d_2}}]$
  - Viết phương trình đường thẳng (d): đi qua A và có vecto chỉ phương là $\vec{w}$.

***Loại 4*: Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua A, vuông góc với (d_1) và cắt (d_2) cho trước.**

- Cách 1:
  - Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với (d_1)
  - Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A và chứa (d_2)
  - $d=(P)\cap(Q)$
- Cách 2:
  - Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với (d_1)
  - Xác định giao điểm B của (d_2) và (P):
  - Viết phương trình đường thẳng (d): đi qua A và có vecto chỉ phương là $\overrightarrow{AB}$.

***Loại 5*: Viết phương trình đường vuông góc chung (Δ) của 2 đường thẳng chéo nhau.**

Cho 2 đường thẳng chéo nhau: d có vtcp $\vec{u}$ và đường thẳng d' có vtcp $\vec{v}$. Gọi $\vec{w}=[\vec{u};\vec{v}]$

- Cách 1:
  - Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa d và song song với $\vec{w}$.
  - Viết phương trình mặt phẳng (β) chứa d' và song song với $\vec{w}$
  - Phương trình đường vuông góc chung của d và d' là $\Delta=(\alpha)\cap(\beta)$
- Cách 2:
  - Chuyển d và d' về Loại phương trình tham số theo "t" và "u". Gọi $M_{(t)}\in d; N_{(u)}\in d'$.
  - MN là đoạn vuông góc chung của d và d' $\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_d}=0\\ \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_{d'}}=0\end{cases}\Rightarrow$ t, u$\Rightarrow$ tọa độ M,N
  - Viết phương trình đường thẳng (Δ): đi qua M và có vecto chỉ phương là $\overrightarrow{MN}$.

Bài 2. Cho điểm A(2 ;1 ; -2), đường thẳng (d) : $\frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-3}{3}$, mặt phẳng $(P): x-y-z-4=0$. Viết phương trình đường thẳng (d') qua A, song song với (P) và vuông góc với đường thẳng (d)

Bài 3. Lập phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d: $\frac{x-1}{3}=\frac{-y+3}{1}=\frac{z+4}{2}$ và song song với đường thẳng d': $\begin{cases}x=1+t\\ y=2+t\\ z=1+2t\end{cases}$

Bài 4. Lập phương trình đường thẳng d qua A(1 ; 0 ; 3) và vuông góc đồng thời với đường thẳng:

d_1: $\frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{3}$ và d_2: $\frac{x}{-1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-2}{-3}$

Bài 5 : Cho mặt phẳng $(\alpha): 3x-4y+z-3=0$ và hai đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x=-5-3t \\ y=1+t \\ z=-8-2t \end{cases}$;

$(d_2): \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+4}{2}=\dfrac{z+1}{-4}$. Lập phương trình đường thẳng Δ nằm trong (α) và cắt cả d_1, d_2

Bài 6: Cho $(\Delta): \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+2}{-3}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-2=0$. Lập phương trình đường thẳng d nằm trong (α), cắt và vuông góc với Δ

Bài 7 : Cho mặt phẳng $(P): x-3y-4z-2=0$ và đường thẳng $(d): \begin{cases} x=-2+3t \\ y=7-t \\ z=3-4t \end{cases}$

Lập phương trình đường thẳng Δ đi qua $M_0(-1;4;0)$, song song với (P) và cắt d.

HD :

- Giả sử Δ cắt d tại M $\Rightarrow M(-2+3t;7-t;3-4t) \Rightarrow \overrightarrow{M_0M}=(3t-1;-t+3;3-4t)$
- Vì $\Delta // (P)$ nên $\vec{n} \perp \overrightarrow{M_0M} \Leftrightarrow \vec{n}.\overrightarrow{M_0M}=0 \Leftrightarrow t=1$
- Vậy Δ có VTCP $\overrightarrow{M_0M}=(2;2;-1)$ và đi qua $M_0(-1;4;0)$

Bài 8: Lập phương trình đường thẳng vuông góc chung của hai đường thẳng $(d): \begin{cases} x=2+2t \\ y=3+3t \\ z=-4-5t \end{cases}$ và

$(d'): \dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z-4}{-1}$

HD : - d có VTCP $\vec{u}=(2;3;-5)$, d’ có VTCP $\vec{v}=(3;-2;-1)$

- Lấy $I(2+2t;3+3t;-4-5t) \in d$ và $J(-1+3t';4-2t';4-t') \in d'$
- IJ là đường vuông góc chung của d và d’ $\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{IJ} \perp \vec{u} \\ \overrightarrow{IJ} \perp \vec{v} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{IJ}.\vec{u}=0 \\ \overrightarrow{IJ}.\vec{v}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t'=1 \\ t=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I(0;0;1) \\ J(2;2;3) \end{cases}$

Bài 9: Lập phương trình đường thẳng đi qua $M(-4;-5;3)$ và cắt cả hai đường thẳng

$(d_1): \dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z-2}{-1}$, $(d_2): \begin{cases} x=2+2t \\ y=-1+3t \\ z=1-5t \end{cases}$

HD : - Gọi Δ là đường thẳng cần viết phương trình.

- Giả sử Δ cắt d_1 tại $A(-1+3t;-3-2t;2-t)$ và cắt d_2 tại $B(2+2t';-1+3t';1-5t')$
- Ta có $\overrightarrow{AB}=(2t'-3t+3;3t'+2t+2;-5t'+t-1)$ và $\overrightarrow{AM}=(-3-3t;-2+2t;1+t)$
- Yêu cầu bài toán $\Rightarrow \overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{AM}$ $\Leftrightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM}\right]=0 \Leftrightarrow t=t'=0$

Dạng 2: VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Bài 1 : Cho hai đường thẳng $(d_1): \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-7}{5}=\dfrac{z+4}{-3}$ và $(d_2): \begin{cases} x=1-3t \\ y=2t \\ z=-2+t \end{cases}$.

Chứng minh rằng d_1 và d_2 cắt nhau. Viết phương trình của mặt phẳng chứa d_1 và d_2

Bài 2 : Cho hai đường thẳng $(d):\begin{cases} x=-1+5t \\ y=-5+7t \\ z=3+3t \end{cases}$ và $(d'):\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y+4}{-2}=\dfrac{z-1}{4}$

a. Chứng minh d và d' chéo nhau

b. Lập phương trình mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d và d'

HD :

- d đi qua $A(-1;-5;3)$ và có VTCP $\vec{u}=(5;7;3)$, d' đi qua $B(-3;-4;1)$ và có VTCP $\vec{v}=(1;-2;4)$

- Gọi (α) là mặt phẳng cần viết phương trình. Suy ra (α) đi qua trung điểm I của AB và nhận $[\vec{u},\vec{v}]$ làm VTPT.

Bài 3 : Cho hai đường thẳng $(d):\begin{cases} x=-1+(a^2+1)t \\ y=4-at \\ z=-5+(2a+1)t \end{cases}$ và $(d'):\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{3}$

a. Tìm a để d cắt d' b) Tìm a để $d\perp d'$

Bài 4: Cho hai đường thẳng $(d):\begin{cases} x=2-t \\ y=-3+3t \\ z=-1+2t \end{cases}$ và $(d'):\begin{cases} x=1-2m-mt \\ y=-6-(m^2+2)t \\ z=-3+2mt \end{cases}$

Tìm m để $d\,//\,d'$. Khi đó hãy viết phương trình của mặt phẳng (d,d')

<u>Dạng 3</u>: **HÌNH CHIẾU VUÔNG GÓC CỦA ĐIỂM M**

<u>*Phương pháp giải*</u>:

1. Tìm hình chiếu vuông góc của 1 điểm M trên một mặt phẳng (α)

- Viết phương trình đường thẳng d đi qua M và vuông góc với (α)
- Gọi H là hình chiếu của M trên (α) $\Rightarrow H=d\cap(\alpha)$

2. Tìm hình chiếu vuông góc của một điểm M trên 1 đường thẳng d

- Cách 1: _ Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua M và vuông góc với d
  _ Gọi H là hình chiếu của M trên d $\Rightarrow H=d\cap(\alpha)$
- Cách 2: _ Chuyển phương trình đường thẳng d về dạng tham số
  _ Gọi I là một điểm bất kì thuộc d $\Rightarrow$ tọa độ điểm I theo tham số t
  _ I là hình chiếu của M trên d $\Leftrightarrow MI\perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{MI}.\overrightarrow{u_d}=0 \Rightarrow$ t$\Rightarrow$ Tọa độ I.

Bài 1 : Cho ba điểm $A(-1;3;2),B(4;0;-3),C(5;-1;4)$ Tìm toạ độ hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng BC.

Bài 2: Tìm toạ độ điểm M' đối xứng với $M(2;-1;-5)$ qua đường thẳng $(\Delta):\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$

Bài 3: Cho 2 điểm $A(1;1;1),B(-2;3;0)$ và đường thẳng $(d):\begin{cases} x=3t \\ y=1-2t \\ z=-5+3t \end{cases}$. Tìm $M\in d$ sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

HD: Gọi I là trung điểm của AB, ta có $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=2MI$

MI nhỏ nhất khi M là hình chiếu của I trên d.

Bài 4: Cho 3 điểm $A(4;1;-28),B(4;-9;2),C(10;2;-10)$ và đường thẳng $(d):\begin{cases} x=9+2t \\ y=-t \\ z=-4+3t \end{cases}$

Tìm $M\in d$ sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

HD : Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC,ta có $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right| = 3MG$

MG nhỏ nhất khi M là hình chiếu vuông góc của G trên d

Bài 5: : Tìm hình chiếu vuông góc của điểm M(1; –1; 2) trên mặt phẳng (P): 2x – y + 2z + 12 = 0 và tìm M' đối xứng với M qua (P).

Dạng 4: **HÌNH CHIẾU CỦA 1 ĐƯỜNG THẲNG TRÊN MỘT MẶT PHẲNG**

Phương pháp giải:

Cách 1:Cho đường thẳng d và mặt phẳng (α). Tìm phương trình hình chiếu của d trên (α)

- Viết phương trình mặt phẳng (β) chứa d và $(\beta)\perp(\alpha)$
- Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d trên (α). Suy ra $d'=(\beta)\cap(\alpha)$

Cách 2:Cho đường thẳng d và mặt phẳng (α). Tìm phương trình hình chiếu của d trên (α)

- Tìm giao điểm A của d và (α)
- Lấy $B\in d$ rồi tìm toạ độ của H là hình chiếu vuông góc của B trên (α)
- Viết phương trình của đường thẳng AH đi qua A và H.

Chú ý : Nếu $d\,//\,(\alpha)$ thì làm như sau :

- Lấy $A\in d$ rồi tìm toạ độ của H là hình chiếu vuông góc của A trên (α)
- Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d trên d. Suy ra d' song song với d và d' đi qua H

Bài 1 : Tìm hình chiếu của đường thẳng $(d): \dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-1}{1}$ lên mp $(\alpha): x+2y+3z+4=0$

Bài 2 : Viết phương trình hình chiếu của đt $(d): \begin{cases} x=\dfrac{7}{2}+3t \\ y=-2t \\ z=-2t \end{cases}$ trên mp $(\alpha): x+2y-2z-2=0$

Chủ đề 4: MẶT CẦU

A/. CÁC KIẾN THỨC CƠ BẢN:

I. Phương trình mặt cầu:

- ***Dạng 1:*** Phương trình mặt cầu (S) có tâm I(a; b; c) và bán kính R: $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$
- ***Dạng 2:*** $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ (với $a^2+b^2+c^2-d>0$) là phương trình mặt cầu có tâm I(a; b; c) và bán kính R = $\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$

II.Vị trí tương đối của mặt cầu và mặt phẳng:

Cho mặt cầu (S) có tâm I(a;b;c) bán kính R và mặt phẳng (P): Ax+By+Cz+D=0.

- Nếu d(I,(P)) > R thì mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) không có điểm chung.
- Nếu d(I,(P)) = R thì mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) tiếp xúc nhau.
- Nếu d(I,(P)) < R thì mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r=\sqrt{R^2-d^2}$ và tâm H của là hình chiếu của I lên mặt phẳng (P).

B/. BÀI TẬP:

Bài 1: Lập pt mặt cầu đi qua 3 điểm A(1;2;-4), B(1;-3;1) , C(2;2;3) và có tâm nằm trên mp Oxy

Bài 2: Viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc Ox và tiếp xúc với mp(Oyz) và (P): 2x + y - 2z + 2 = 0.

Bài 3. cho bốn điểm A(1;2;2), B(-1;2;1), C(1;6;-1), D(-1;6;2). CMR: ABCD là tứ diện có các cặp cạnh đối bằng nhau. Viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD.

Bài 4: Cho mặt phẳng $(P): 2x-y-3z+4=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+6x-2y-2z-3=0$. Lập phương trình mặt phẳng (α) song song với (P) và tiếp xúc với (S). Tìm tọa độ tiếp điểm

Bài 5: Chứng minh $(S): x^2+y^2+z^2-2y-4z-20=0$ cắt mặt phẳng $(\alpha): x+2y-z+8=0$ theo 1 đường tròn (C). Xác định tâm và bán kính của (C)

Bài 6 Cho $(S): x^2+y^2+z^2-2x+5y-4z-1=0$ Tìm m để họ mặt phẳng $(\alpha_m): x+2y-z+m=0$ là tiếp diện của (S)

Bài 7. Lập phương trình mp (α) tiếp xúc với mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-10x+2y+26z-113=0$ và song song với hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=-5+2t \\ y=1-3t \\ z=-2+2t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x=-7+3t \\ y=-1-2t \\ z=8 \end{cases}$

HD: $[\vec{u}_1, \vec{u}_2]=(4;6;5)$ là VTPT của $(\alpha) \Rightarrow (\alpha): 4x+6y+5z+D=0$ Sử dụng $d(I,(\alpha))=R$ tìm D

Bài 8 Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(2;3;-1)$ và cắt đường thẳng $(d): \frac{x}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{-2}$ tại hai điểm A, B sao cho

a) Độ dài đoạn $AB=16$
b) Tam giác IAB vuông tại I
c) Tam giác IAB đều
d) Góc IAB bằng 120^o

Bài 9: Lập phương trình mặt cầu có tâm I thuộc đường thẳng $(d): \begin{cases} 2x+4y-z-7=0 \\ 4x+5y+z-14=0 \end{cases}$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng $(\alpha): x+2y-2z-2=0$ và $(\beta): x+2y-2z+4=0$

TỔNG HỢP ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC
Từ năm 2002 đến 2013

Bài 1 : (ĐH A2002) cho hai đường thẳng: $\Delta_1: \begin{cases} x-2y+z=0 \\ x+2y-2z+4=0 \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=1+2t \end{cases}$

a) Viết ptmp(P) chứa đường thẳng Δ_1 và song song với đường thẳng Δ_2 **ĐS:** $(P): 2x-z=0$

b) Cho M(2 ; 1,4). Tìm H thuộc Δ_2 sao cho đoạn MH có ñoä daøi nhoû nhaát. **ĐS:** $H(2;3;3)$

Bài 2 : (ĐH D2002) Cho mp(P) : 2x – y + 2 = 0 và đường thẳng d là giao tuyến của mặt phẳng (Q): $(2m+1)x+(1-m)y+m-1=0$ và mặt phẳng (R): $mx+(2m+1)z+4m+2=0$

Định m để d_m song song với mặt phẳng (P). **ĐS :** m = -1/2

Bài 3 : (ĐH A2003) cho hình hộp chữ nhật ABCD.A’B’C’D’ có A trùng với gốc của hệ tọa độ, B(a; 0; 0) , D(0; a; 0), A’(0; 0; b) (a>0, b>0). Gọi M là trung điểm cạnh CC’.

a) Tính thể tích khối tứ diện BDA’M theo a và b.**ĐS :** $V=\frac{a^2b}{4}$

b) Xác định tỷ số $\frac{a}{b}$ để hai mặt phẳng (A’BD) và (MBD) vuông góc với nhau.**ĐS:** $\frac{a}{b}=1$

Bài 4 : (ĐH B2003) cho hai điểm A(2; 0; 0), B(0;0;8) và điểm C sao cho $\overrightarrow{AC}$=(0; 6; 0). Tính khoảng cách từ trung điểm I của BC đến đường thẳng OA. **ĐS :** $d(I,OA)=5$

Bài 5 : (ĐH D2003) cho đường thẳng d_k: $\begin{cases} x+3ky-z+2=0 \\ kx-y+z+1=0 \end{cases}$. Tìm k để đường thẳng d_k vuông góc với mặt phẳng (P): x – y – 2z + 5 = 0. **ĐS :** $k=1$

Bài 6 : (ĐH A2004) cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi, AC cắt BD tại gốc tọa độ O. Biết $A(2;0;0), B(0;1;0), S(0;0;2\sqrt{2})$. Gọi M là trung điểm của cạnh SC.

a) Tính góc và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA, BM. **ĐS:** $\varphi = 30^0$

b) Giả sử mặt phẳng (ABM) cắt đường thẳng SD tại điểm N. Tính thể tích khối chóp S.ABMN.**ĐS:** $d(SA,BM)=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

Bài 7 : (ĐH B2004) cho điểm A (-4; -2; 4) và đường thẳng d: $\begin{cases} x=-3+2t \\ y=1-t \\ z=-1+4t \end{cases}$. Viết phương trình Δ đi qua điểm A, cắt và vuông góc với đường thẳng d. **ĐS :** $\Delta: \dfrac{x+4}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-4}{-1}$

Bài 8 : (ĐH D2004) cho hình lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$. Biết A(a; 0; 0), B(-a; 0; 0), C(0; 1; 0), B_1(-a; 0; b), a > 0, b > 0.

a) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng B_1C và AC_1 theo a, b.**ĐS:** $d(B_1C, AC_1)=\dfrac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$

b) Cho a, b thay đổi, nhưng luôn thỏa mãn a + b =4. Tìm a, b để khoảng cách giữa hai đường thẳng B_1C và AC_1 là lớn nhất. **ĐS:** $\mathrm{Max}\,d(B_1C, AC_1)=\sqrt{2} \Leftrightarrow a=b=2$

Bài 9 : (ĐH D2004) cho ba điểm A(2; 0; 1), B(1; 0; 0), C(1; 1; 1) và mặt phẳng (P): x + y + z – 2 = 0. Viết phương trình mặt cầu đi qua ba điểm A, B, C và có tâm thuộc mặt phẳng (P). **ĐS :** $(x-1)^2+y^2+(z-1)^2=1$

Bài 10 : (ĐH A2005) cho d: $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-3}{1}$ và mặt phẳng (P): $2x+y-2z+9=0$.

a) Tìm tọa độ điểm I thuộc d sao cho khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) bằng 2.

b) Tìm tọa độ giao điểm A của đường thẳng d và mặt phẳng (P). Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), biết Δ đi qua A và vuông góc với d.

ĐS: $I(-3;5;7); I(3;-7;1) \quad A(0;-1;4); \Delta: \begin{cases} x=t \\ y=1 \\ z=1+t \end{cases}$

Bài 11 : (ĐH B2005) cho hình lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$ với A(0; -3; 0), B(4; 0; 0), C(0; 3; 0), B_1(4; 0; 4).

a) Tìm tọa độ các đỉnh A_1, C_1. Viết phương trình mặt cầu có tâm là A và tiếp xúc với mặt phẳng (BCC_1B_1).

b) M là trung điểm của A_1B_1. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A, M và song song với BC_1. Mặt phẳng (P) cắt đường thẳng A_1C_1 tại điểm N. Tính độ dài đoạn MN.

ĐS: $x^2+(y+3)^2+z^2=\dfrac{576}{24}$ $(P): x+4y-2z+12=0; MN=\dfrac{\sqrt{17}}{2}$

Bài 12 : (ĐH D2005) cho hai đường thẳng d_1: $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$; d_2: $\begin{cases} x+y-z-2=0 \\ x+3y-12=0 \end{cases}$

a) Chứng minh rằng d_1 và d_2 song song với nhau. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa cả hai đường thẳng d_1 và d_2 .**ĐS :** $(P): 15x+11y-17z-10=0$

b) Mặt phẳng tọa độ Oxz cắt hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt tại các điểm A, B. Tính diện tích tam giác AOB (O là gốc tọa độ). **ĐS :** $S_{\Delta AOB}=5$

Bài 13 : (ĐH A2006) cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' với A(0; 0; 0), B(1; 0; 0), D(0;1;0), A'(0; 0; 1). Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD.

a) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng A'C và MN.

b) Viết phương trình mặt phẳng chứa A'C và tạo với mặt phẳng Oxy một góc α biết $cos\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{6}}$. **ĐS :** $d(A'C,MN)=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$ $(P): 2x-y+z-1=0; (P): x-2y-z+1=0$

Bài 14 : (ĐH B2006) cho điểm A(0;1;2) và d_1 : $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$ d_2 : $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1-2t \\ z=2+t \end{cases}$

a) Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A, đồng thời song song với d_1 và d_2.

b) Tìm tọa độ các điểm M thuộc d_1, N thuộc d_2 sao cho ba điểm A, M, N thẳng hàng.

ĐS : $x+3y+5z-13=0$ $M(0;1;-1); N(0;1;1)$

Bài 15:(ĐH D2006) cho điểm A(1;2;3) và d_1: $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$ d_2: $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{1}$

a) Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua đường thẳng d_1. **ĐS :** $A'(-1;-4;1)$

b) Viết phương trình đt Δ qua A, vuông góc với d_1 và cắt d_2. **ĐS** $\Delta: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-3}{-5}$

Bài 16 : (ĐH A2007)cho hai đường thẳng d_1: $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+2}{1}$ d_2: $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=1+t \\ z=3 \end{cases}$

a) Chứng minh rằng d_1 và d_2 chéo nhau.

b) Viết phương trình đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P): 7x + y – 4z = 0 và cắt hai đường thẳng d_1, d_2. **ĐS :** $\Delta: \dfrac{x-2}{7}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-4}$

Bài 17 : (ĐH B2007) cho (S): $x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$ và (P): $2x-y+2z-14=0$.

a) Viết phương trình mp(Q) chứa Ox và cắt (S) theo một đường tròn có bán kính bằng 3.

b) Tìm toạ độ điểm M thuộc (S) sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) lớn nhất.

ĐS : $(Q): y-2z=0$. $M(-1;-1;-3)$

Bài 18 : (ĐH D2007) cho hai điểm A(1;4;2) , B(-1;2;4) và đường thẳng Δ: $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{2}$.

a) Viết phương trình đường thẳng d đi qua trọng tâm G của tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB). **ĐS :** $d: \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$

b) Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng Δ sao cho MA^2+MB^2 nhỏ nhất **ĐS:** $M(-1;0;4)$

Bài 19 : (ĐH A2008) cho điểm A(2;5;3) và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{2}$

a) Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng d. **ĐS :** $H(3;1;4)$.

b) Viết ptmp (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất. **ĐS:** $(\alpha): x-4y+z-3=0$

Bài 20 : (ĐH B2008) cho ba điểm A(0;1;2),B(2;−2;1),C(−2;0;1).

a) Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A,B,C. **ĐS:** $x+2y-4z+6=0$

b) Tìm M thuộc mặt phẳng 2x + 2y+ z −3 = 0 sao cho MA = MB = MC. **ĐS** $M(2;3;-7)$

Bài 21: (ĐH D2008) cho bốn điểm A(3;3;0),B(3;0;3),C(0;3;3),D(3;3;3).

a) Viết phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm A, B, C, D. **ĐS:** $x^2+y^2+z^2-3x-3y-3z=0$

b) Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. **ĐS** $H(2;2;2)$

Bài 22: (ĐH A2009−CB) cho mp(P): $2x-2y-z-4=0$ và (S): $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-11=0$. Chứng minh rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn. Xác định toạ độ tâm và bán kính của đường tròn đó. **ĐS :** $H(3;0;2)$

Bài 23:(ĐH A2009−NC) cho mặt phẳng (P): $x-2y+2z-1=0$ và hai đường thẳng Δ_1: $\frac{x+1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+9}{6}$, Δ_2: $\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+1}{-2}$. Xác định toạ độ điểm M thuộc đường thẳng Δ_1 sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ_2 và khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng nhau.

ĐS : $M(\frac{18}{35};\frac{53}{35};\frac{3}{35})$

Bài 24 : (ĐH B2009−CB) cho tứ diện ABCD có các đỉnh A(1;2;1), B(-2;1;3), C(2;-1;1) và D(0;3;1). Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B sao cho khoảng cách từ C đến (P) bằng khoảng cách từ D đến (P) **ĐS :** $(P):4x+2y+7z-15=0;(P):2x+3z-5=0$.

Bài 25 : (ĐH B2009−NC) cho mp (P): x – 2y + 2z – 5 = 0 và A(-3;0;1), B(1;-1;3). Trong các đường thẳng đi qua A và song song với (P), hãy viết phương trình đường thẳng mà khoảng cách từ B đến đường thẳng đó là nhỏ nhất. **ĐS :** $\Delta:\frac{x+3}{26}=\frac{y}{11}=\frac{z-1}{-2}$

Bài 26 : (ĐH D2009−CB) cho các điểm A (2; 1; 0), B(1;2;2), C(1;1;0) và mặt phẳng (P): x + y + z – 20 = 0. Xác định tọa độ điểm D thuộc đường thẳng AB sao cho đường thẳng CD song song với mặt phẳng (P). **ĐS :** $D(\frac{5}{2};\frac{1}{2};-1)$

Bài 27 : (ĐH D2009−NC) cho đt Δ: $\frac{x+2}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{-1}$ và mp(P): x + 2y – 3z + 4 = 0. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong (P) sao cho d cắt và vuông góc với đường thẳng Δ.

ĐS : $d:\begin{cases}x=-3+t\\y=1-2t\\z=1-t\end{cases}$

Bài 28 : (ĐH A2010−CB) cho đt $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{-1}$ và mặt phẳng (P) : x − 2y + z = 0. Gọi C là giao điểm của Δ với (P), M là điểm thuộc Δ. Tính khoảng cách từ M đến (P), biết MC = $\sqrt{6}$.

ĐS : $d(M,(P))=\frac{1}{\sqrt{6}}$

Bài 29 : (ĐH A2010−NC) cho điểm *A*(0; 0; −2) và đt $\Delta:\frac{x+2}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+3}{2}$. Tính khoảng cách từ *A* đến Δ. Viết phương trình mặt cầu tâm *A*, cắt Δ tại hai điểm *B* và *C* sao cho *BC* = 8.

ĐS : $(S):x^2+y^2+(z+2)^2=25$

Bài 30 : (ĐH B2010−CB) cho các điểm A (1; 0; 0), B (0; b; 0), C (0; 0; c), trong đó b, c dương và mặt phẳng (P): y – z + 1 = 0. Xác định b và c, biết mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P) và khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (ABC) bằng $\frac{1}{3}$. **ĐS :** $b=c=\frac{1}{2}$

Bài 31 : (ĐH B2010−NC) cho ñöôøng thang Δ: $\frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{2}$. Xac ñònh toa ño ñiem M tren truc hoanh sao cho khoang cach tö M ñen Δ bang OM. **ĐS :** $M(-1;0;0); M(2;0;0)$

Bài 32 : (ĐH D2010−CB) cho hai mặt phẳng (P): x + y + z − 3 = 0 và (Q): x − y + z − 1 = 0. Viết phương trình mặt phẳng (R) vuông góc với (P) và (Q) sao cho khoảng cách từ O đến (R) bằng 2

ĐS : $(R): x-z+2\sqrt{2}=0; (R): x-z-2\sqrt{2}=0$

Bài 33: (ĐH D2010−NC). cho hai đường thẳng Δ_1: $\begin{cases} x=3+t \\ y=t \\ z=t \end{cases}$ và Δ_2: $\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{2}$. Xác định toạ độ M thuộc Δ_1 sao cho khoảng cách từ M đến Δ_2 bằng 1. **ĐS :** $M(4;1;1); M(7;4;4)$

Bài 34 : (ĐH A2011−CB) cho A(2; 0; 1), B(0; -2; 3) và mặt phẳng (P) : 2x– y– z +4= 0. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho MA = MB = 3. **ĐS :** $M(0;1;3); M(-\frac{6}{7};\frac{4}{7};\frac{12}{7})$

Bài 35 : (ĐH A2011−NC) Cho mặt cầu (S) : $x^2+y^2+z^2-4x-4y-4z=0$ và điểm A(4; 4; 0). Viết phương trình mặt phẳng (OAB), biết điểm B thuộc (S) và tam giác OAB đều.

ĐS : $(AOB): x-y+z=0; (AOB): x-y-z-=0$

Bài 36 : (ĐH B2011−CB) Cho đường thẳng Δ: $\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z}{-1}$ và mặt phẳng (P) : x + y + z – 3 =0 .Gọi I là giao điểm của Δ và (P).Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho MI vuông góc với Δ và MI = $4\sqrt{14}$ **ĐS :** $M(5;9;-11); M(-3;-7;13)$

Bài 37 : (ĐH B2011−NC) cho đường thẳng Δ: $\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z+5}{-2}$ và $A(-2;1;1), B(-3;-1;2)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng Δ sao cho tam giác MAB có diện tíchbằng $3\sqrt{5}$

ĐS : $M(-2;1;-5); M(-14;-35;19)$

Bài 38 : (ĐH D2011−CB)cho điểm A (1 ;2 ;3) và đường thẳng d: $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-3}{-2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua A, vuông góc với d và cắt trục Ox.**ĐS :** $\Delta: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2+2t \\ z=3+3t \end{cases}$

Bài 39 : (ĐH D2011−NC) cho đt Δ: $\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{4}=\frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z=0$. Viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng Δ , bán kính bằng 1 và tiếp xúc với mặt phẳng (P)

ĐS : $(S): (x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=1; (S): (x-5)^2+(y-11)^2+(z-2)^2=1$

Bài 40 : (ĐH A2012−CB) cho đường thẳng d: $\frac{x+1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{1}$ và điểm I (0; 0; 3). Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông tại I.

ĐS : $(S): x^2+y^2+(z-3)^2=\frac{8}{3}$

Bài 41 : (ĐH A2012−NC) cho đt d: $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{1}$, mặt phẳng (P) : x + y – 2z + 5 = 0 và điểm A (1; -1; 2). Viết phương trình đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN. **ĐS :** $\Delta: \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-2}{2}$

Bài 42: (ĐH B2012−CB) cho đường thẳng *d*: $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{-2}$ và hai điểm *A*(2;1;0), *B*(-2;3;2). Viết phương trình mặt cầu đi qua *A*,*B* và có tâm thuộc *d*. **ĐS :** $(S): (x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=17$

Bài 43: (ĐH B2012−NC)cho $A(0;0;3)$, $M(1;2;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A và cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại B, C sao cho tam giác ABC có trọng tâm thuộc đường thẳng AM.

ĐS : $(P): 6x+3y+4z-12=0$

Bài 44: (ĐH D2012−CB)cho mặt phẳng (P): 2x+y–2z+10=0 và điểm I (2; 1; 3). Viết phương trình mặt cầu tâm I cắt (P) theo một đường tròn có bán kính bằng 4.

ĐS : $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=25$

Bài 45: (ĐH D2012−NC) cho đường thẳng d: $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{1}$ và A (1; -1; 2), B (2; -1; 0). Xác định tọa độ điểm M thuộc d sao cho tam giác AMB vuông tại M.**ĐS :** $M(\frac{7}{3};-\frac{5}{3};\frac{2}{3})$

Bài 46: (ĐH A2013−CB) cho đường thẳng $\Delta:\frac{x-6}{-3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z+2}{1}$ và điểm A(1;7;3). Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với Δ. Tìm tọa độ điểm M thuộc Δ sao choAM= $2\sqrt{30}$ **ĐS :** $(P): 3x+2y-z-14=0; M(\frac{51}{7};-\frac{1}{7};\frac{17}{7}); M(3;-3;-1)$

Bài 47: (ĐH A2013−NC) cho mp$(P): 2x+3y+z-11=0$, mc$(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-2z-8=0$. Chứng minh (P) tiếp xúc với (S).Tìm tọa độ tiếp điểm của (P) và (S).**ĐS :** $d(I,(P))=R; M(3;1;2)$

Bài 48: (ĐH B2013−CB) cho A(3 ; 5; 0) và (P) : 2x + 3y – z – 7 = 0 . Viết phương trình đường thẳng qua A và vuông góc với (P). Tìm tọa độ điểm đối xứng của A qua (P) **ĐS:** $B(-1;-1;2)$

Bài 49: (ĐH B2013−NC) cho các điểm A(1 ; -1 ; 1) ;B(-1 ; 2 ;3), $\Delta:\frac{x+1}{-2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{3}$. Viết phương trình đường thẳng qua A và vuông góc với hai đường thẳng AB và Δ .

ĐS : $d:\frac{x-1}{7}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{4}$

Bài 50 : (ĐH D2013−CB) cho các điểm A(−1 ; −1; −2) ,B(0 ; 1; 1), (P) : x + y + z – 1 = 0 . Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên (P). Viết phương trình mặt phẳng đi qua A,B và vuông góc với (P) . **ĐS :** $(Q): x-2y+z+1=0$

Bài 51 : (ĐH D2013−NC) cho các điểm A(−1 ; 3 ; −2) và mặt phẳng (P)$x-2y-2z+5=0$. Tính khoảng cách từ A đến (P). Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và song song với (P)

ĐS : $d(A,(P))=\frac{2}{3}; (Q): x-2y-2z+3=0$

Chúc em học tốt

Khi thắc mắc hãy gọi 0918.859.305 – 0996.113.305 – 01234.444.305-0929.105.305

www.huynhvanluong.com

Hãy tìm đọc: tài liệu Luyện thi Đại học, Cao đẳng môn Toán

Gồm các chuyên đề theo cấu trúc đề thi tuyển sinh đại học của Bộ Giáo dục và Đào tạo

----