

TÍCH PHÂN

I. PHƯƠNG PHÁP TÍNH TÍCH PHÂN:

1) Tính tích phân bằng phương pháp đổi biến số:

1) LOẠI 1: Tính $I = \int_a^b f[u(x)] \cdot u'(x) dx$ bằng cách đặt $t = u(x)$

Bước 1: Đặt $t = u(x) \Rightarrow dt = u'(x) dx$ (đạo hàm)

Bước 2: Đổi cận: $\begin{cases} x = b \\ x = a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = u(b) \\ t = u(a) \end{cases}$

Bước 3: Chuyển tích phân nào cho sang tích phân theo biến t ta được

$$I = \int_a^b f[u(x)] u'(x) dx = \int_{u(a)}^{u(b)} f(t) dt \quad (\text{tiếp tục tính tích phân mới})$$

Bài tập1: Tính các tích phân sau

- 1) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x \sin^2 x dx$ 2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x dx$ 3) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin 4x}{1 + \cos^2 x} dx$ 4) $\int_0^1 x^3 \sqrt{1-x^2} dx$
- 5) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x (1 + \sin^2 x)^3 dx$ 6) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^4 x} dx$ 7) $\int_1^e \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x} dx$ 8) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos x} dx$
- 9) $\int_1^e \frac{1 + \ln^2 x}{x} dx$ 10) $\int_0^1 x^5 (1-x^3)^6 dx$ 11) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos x}{6 - 5 \sin x + \sin^2 x} dx$ 12) $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{\text{tg}^4 x}{\cos 2x} dx$
- 13) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x + \sin x}{\sqrt{3 + \sin 2x}} dx$ 14) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos^2 x + 4 \sin^2 x}} dx$ 15) $\int_{\ln 3}^{\ln 5} \frac{dx}{e^x + 2e^{-x} - 3}$ 16) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{(2 + \sin x)^2} dx$
- 17) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \cos x}{1 + \cos x} dx$ 18) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (e^{\sin x} + \cos x) \cos x dx$ 19) $\int_1^2 \frac{x}{1 + \sqrt{x-1}} dx$ 20) $\int_1^e \frac{\sqrt{1 + 3 \ln x \ln x}}{x} dx$

Bài tập2: Tính các tích phân sau

1. $\int_0^1 x(1-x)^{2011} dx$; 2. $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{x}{\sqrt{(1-x^2)^3}} dx$; 3. $\int_0^{\sqrt{5}} \frac{x^3}{\sqrt{4+x^2}} dx$; 4. $\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} x^3 \sqrt{3-x^2} dx$; 5. $\int_0^5 \frac{x}{\sqrt{4+x}} dx$
6. $\int_0^1 x^3 \sqrt{1-x^2} dx$; 7. $\int_0^1 x^5 \sqrt{1-x^3} dx$; 8. $\int_0^{2\sqrt{2}} \frac{x^5}{\sqrt{1+x^2}} dx$; 9. $\int_{\sqrt{5}}^{2\sqrt{3}} \frac{x}{\sqrt{4+x^2}} dx$; 10. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1 + \cos x} dx$;
11. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x}{1 + \cos x} dx$; 12. $\int_0^1 e^{x^2} x dx$; 13. $\int_0^1 \frac{e^x}{1 + e^x} dx$; 14. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{2^{\tan x}}{\cos^2 x} dx$; 15. $\int_2^{2\sqrt{3}} \frac{1}{x\sqrt{x^2+4}} dx$

2) LOẠI 2: Tính $I = \int_a^b f(x) dx$ bằng cách đặt $x = \varphi(t)$

Bước 1: Đặt $x = \varphi(t) \Rightarrow dx = \varphi'(t) dt$

Bước 2: Nội căn : $\begin{cases} x = b \\ x = a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \beta \\ t = \alpha \end{cases}$

Bước 3: Chuyển tích phân nào cho sang tích phân theo biến t ta có:

$$I = \int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f[\varphi(t)]\varphi'(t)dt \quad (\text{tiếp tục tính tích phân mới})$$

a) Dạng 1: $\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx, (a > 0)$, Đặt: $x = a \sin t$, với $\left(t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right] \right)$

BT: Tính các tích phân sau: 1. $\int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1-x^2} dx$; 2. $\int_1^{\frac{\sqrt{6}}{2}} \sqrt{4-2x^2} dx$; 3. $\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \sqrt{(1-x^2)^3} dx$; 4. $\int_0^2 x\sqrt{8-x^2} dx$;

5. $\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} x^2 \sqrt{3-x^2} dx$; 6. $\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} x^3 \sqrt{3-x^2} dx$; 7. $\int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3-x^2}}{x^2} dx$; 8. $\int_1^3 \sqrt{-x^2 + 4x - 3} dx$; 9. $\int_1^7 \sqrt{-x^2 + 8x - 7} dx$

b) Dạng 2: $\int_0^{\frac{a}{2}} \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx, (a > 0)$, Đặt: $x = a \sin t$, với $\left(t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right) \right)$

BT: Tính các tích phân sau:

1. $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{1}{\sqrt{2-x^2}} dx$; 2. $\int_1^{\frac{\sqrt{6}}{2}} \frac{x}{\sqrt{2-x^2}} dx$; 3. $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{x^2}{\sqrt{(1-x^2)^3}} dx$; 4. $\int_0^1 \frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}} dx$; 5. $\int_1^{\sqrt{2}} \frac{1}{x^2 \sqrt{4-x^2}} dx$

c) Dạng 3: $\int_0^a \frac{1}{x^2 + a^2} dx, \int_0^a \sqrt{x^2 + a^2} dx$ Đặt: $x = a \cdot \tan t$, với $\left(t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right) \right)$

BT: Tính tích phân: 1. $\int_0^1 \frac{1}{x^2 + 1} dx$; 2. $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{1}{3+x^2} dx$; 3. $\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 1} dx$; 4. $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^2}{3+x^2} dx$;

d) Dạng 4: $\int_a^{2a} \sqrt{x^2 - a^2} dx, (a > 0)$ hoặc $\int_{\frac{3a}{2}}^{2a} \frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}} dx, (a > 0)$

Cách giải: Đặt: $x = \frac{a}{\sin t}$ (hoặc ta đặt x^2 làm nhân tử chung và đưa x^2 ra ngoài, rồi đặt $t = \frac{a}{x}$ thì các tích phân này trở lại dạng 1 và dạng 2).

Tính: 1. $\int_{\frac{2}{\sqrt{3}}}^{\sqrt{2}} \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 1}}$ (ĐS: $\frac{\pi}{12}$) ; 2. $\int_1^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \frac{2}{x\sqrt{4x^2 - 1}} dx$ (ĐS: $\frac{8\pi}{3}$) ; 3. $\int_2^{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x} dx$; 4. $\int_2^{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2} dx$;

2) Tích tích phân bằng phương pháp tích phân từng phần

Bước 1: Chọn $\begin{cases} u = u(x) \\ dv = v'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = u'(x)dx \text{ (nào ham)} \\ v = v(x) \text{ (nguyên ham)} \end{cases}$

- Nếu biểu thức sau dấu tích phân chứa $\ln x$ thì đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = \text{phần còn lại} \end{cases}$

- Nếu biểu thức sau dấu tích phân chứa $\{\sin x, \cos x, e^x\}$ thì đặt $\begin{cases} u = \text{phần còn lại ngoài } dv \\ dv = \{\sin x, \cos x, e^x\}dx \end{cases}$

Bước 2: Thay vào công thức tích phân từng phần: $\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du$

BT: 1/Tính: 1. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x-1)\cos x dx$; 2. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x(2\cos^2 x - 1) dx$; 3. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x - \cos^4 x)\sin x dx$ 4. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x - \cos x)\sin^2 x dx$

2/ Tính: 1. $\int_0^1 (1-3x)e^{2-x} dx$; 2. $\int_0^1 (x^2 - 2x)e^{-x} dx$ 3. $\int_0^1 (2x+1)3^{2x} dx$; 6. $\int_0^1 (4x^2 - 2x+1)e^{2x-1} dx$

3/ Tính: 1. $\int_{\frac{1}{e}}^e \ln x dx$; 2. $\int_2^3 \ln(x^2 - x) dx$; 3. $\int_1^2 x \ln(x^2 + x) dx$; 5. $\int_2^3 (2x+1)\ln(x-1) dx$

4/ Tính: 1) $\int_1^2 \frac{\ln x}{x^5} dx$ 2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x dx$ 3) $\int_0^{\pi^2} \sin \sqrt{x} dx$ 4) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x + \sin x}{\cos^2 x} dx$ 5) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \sin x dx$

III. TÍCH PHÂN CHỨA HÀM HỮU TỈ:

Dạng: $\int_a^b \frac{P(x)}{Q(x)} dx$ Với P(x), Q(x) là các hàm đa thức, khi đó ta có các trường hợp sau:

+ Nếu bậc P(x) \geq bậc Q(x) thì ta lấy P(x) chia cho Q(x)

+ Nếu bậc P(x) < bậc Q(x) thì phân tích $\frac{P(x)}{Q(x)}$ thành các phân thức đơn giản theo 1 trong 3 quy tắc sau:

QT1: $\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{P(x)}{(x-a_1)(x-a_2)...(x-a_n)} = \frac{A_1}{x-a_1} + \frac{A_2}{x-a_2} + \dots + \frac{A_n}{x-a_n}$

QT2: $\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{P(x)}{(x-a)(x-c)^n} = \frac{A_1}{x-a} + \frac{A_2}{x-c} + \frac{A_3}{(x-c)^2} + \dots + \frac{A_n}{(x-c)^n}$

QT3: $\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{P(x)}{(x-a)(x^2+px+q)^2} = \frac{A_1}{x-a} + \frac{A_2x+B_2}{x^2+px+q} + \frac{A_3x+B_3}{(x^2+px+q)^2}$

Lưu ý tích phân dạng tổng quát sau: $I = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{dx}{ax^2+bx+c}$ ($a \neq 0$). Xét $\Delta = b^2 - 4ac$.

+) Nếu $\Delta = 0$ thì $I = \int_a^\beta \frac{dx}{a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2}$ tính được I.

+) Nếu $\Delta > 0$ thì $I = \frac{1}{a} \int_a^\beta \frac{dx}{(x-x_1)(x-x_2)}$ (trong đó $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$; $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$)

+) Nếu $\Delta < 0$ thì đưa tích phân I về dạng $\int_0^a \frac{1}{x^2+a^2} dx \rightarrow$ Đặt: $x=a.tant$

BT: Tính các tích phân sau: 1. $\int_2^3 \frac{dx}{x^2-1}$; 2. $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^3-3x+2}{x(x^2+1)} dx$; 3. $\int_0^1 \frac{x^7}{(x^4+1)^2} dx$; 4. $\int_1^2 \frac{dx}{x(x^5+2)}$;
 5. $\int_1^2 \frac{dx}{x(x+2)^2}$; 6. $\int_1^2 \frac{(2x+1)dx}{x(x+2)^3}$; 7. $\int_0^1 \frac{(x-1)dx}{(x+1)(x+2)^2}$; 8. $\int_1^2 \frac{(1-x)dx}{x^2(x+2)}$;

III. TÍCH PHÂN HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC:

Dạng 1: $\int_a^b \sin^m x \cdot \cos^n x dx$ xảy ra các trường hợp sau :

1. Nếu m lẻ, n chẵn thì đặt: $t = \cos x$
2. Nếu m chẵn, n lẻ thì đặt: $t = \sin x$
3. Nếu m chẵn, n chẵn thì đặt: $t = \tan x$
4. Nếu m chẵn, n chẵn và dương thì áp dụng công thức hạ bậc
5. Nếu m lẻ, n lẻ và dương thì áp dụng công thức hạ bậc và biến đổi tích thành tổng

Dạng 2: Đổi biến số để hữu tỉ hóa tích phân hàm lượng giác:

Loại 1: $I = \int \frac{dx}{a \sin x + b \cos x + c}$

Đặt $t = \tan \frac{x}{2} \Rightarrow dx = \frac{2dt}{1+t^2}$; $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$ và $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$

Ví dụ: a) $\int \frac{dx}{4 \cos x + 3 \sin x + 5}$; Đặt: $t = \tan \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{2dt}{1+t^2} = dx$

b) $\int \frac{dx}{\cos x + 3 \sin x + 3} = \int \frac{\frac{2dt}{1+t^2}}{\frac{1-t^2}{1+t^2} + 3 \frac{2t}{1+t^2} + 3} = \int \frac{dt}{t^2 + 3t + 2} = \ln \left| \frac{t+1}{t+2} \right| = \ln \left| \frac{\tan \frac{x}{2} + 1}{\tan \frac{x}{2} + 2} \right|$

Loại 2: Tính $I = \int \frac{m \sin x + n \cos x + p}{a \sin x + b \cos x + c} dx$. Ta cần tìm A, B, C sao cho:

$$m \sin x + n \cos x + p = A(a \sin x + b \cos x + c) + B(a \cos x - b \sin x) + C, \forall x$$

Ví dụ minh họa: Tính: $I = \int \frac{\cos x + 2 \sin x}{4 \cos x + 3 \sin x} dx$.

Ta tìm A, B từ hệ thức: $\cos x + 2 \sin x = A(4 \cos x + 3 \sin x) + B(-4 \sin x + 3 \cos x), \forall x$ để từ đó thế vào và tính I

Loại 3: Tính $I = \int \frac{dx}{a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x + d}$ Chia tử và mẫu cho $\cos^2 x$, sau đó đặt $t = \tan x$

BT: 1. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\cos x} dx$; 2. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin^3 x} dx$; 3. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{4 + 2 \cos x} dx$; 4. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^5 x dx$; 5. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin x + \cos x} dx$; 6. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1 + \sin x} dx$;

Loại 3: $I = \int \frac{a \sin x + b \cos x}{c \sin x + d \cos x} dx \rightarrow$ Xét: $\frac{a \sin x + b \cos x}{c \sin x + d \cos x} = A + B \left(\frac{c \cos x - d \sin x}{c \sin x + d \cos x} \right)$

BT: Tính: 1. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2 \sin x - 3 \cos x}{\sin x + \cos x} dx$; 2. $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{2 \sin x + 3 \cos x}{\sin x - 2 \cos x + 2} dx$; 3. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{2 \sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} dx$; 4. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{3 \sin x - \cos x}{2 \sin x + \cos x} dx$

Loại 4: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^n x}{\sin^n x + \cos^n x} dx \rightarrow$ đặt: $x = \frac{\pi}{2} - t$ thì $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^n x}{\sin^n x + \cos^n x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^n x}{\sin^n x + \cos^n x} dx = J$

Từ đó: $I + J = 2I = \frac{\pi}{2} \Rightarrow I = \frac{\pi}{4}$. **BT:** 1. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} dx$; 2. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^6 x}{\sin^6 x + \cos^6 x} dx$; 3. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{2011} x}{\sin^{2011} x + \cos^{2011} x} dx$

Chú ý: Một số dạng tích phân đặc biệt, vui lòng liên hệ trực tiếp Thầy Lượng để được hỗ trợ miễn phí

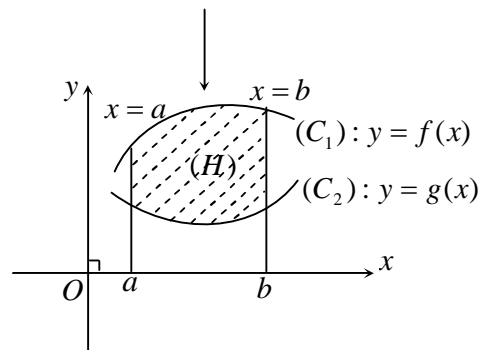
ỨNG DỤNG CỦA TÍCH PHÂN

I. Tính diện tích:

1. Diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi:

$$(H): \begin{cases} (C_1): y = f(x) \\ (C_2): y = g(x) \\ \Delta_1: x = a \\ \Delta_2: x = b \end{cases}$$

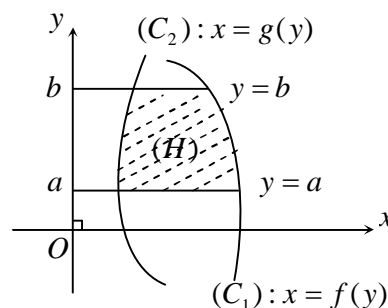
$$\Rightarrow S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$$



2. Diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi:

$$(H): \begin{cases} (C_1): x = f(y) \\ (C_2): x = g(y) \\ \Delta_1: y = a \\ \Delta_2: y = b \end{cases}$$

$$\Rightarrow S = \int_a^b [f(y) - g(y)] dy$$

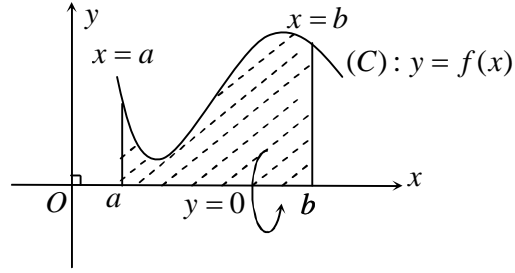


II. Tính thể tích:

1. Quay quanh Ox

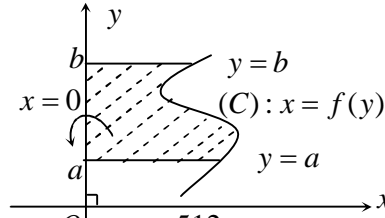
$$(H): \begin{cases} (C): y = f(x) \\ Ox: y = 0 \\ \Delta_1: x = a \\ \Delta_2: x = b \end{cases}$$

$$\Rightarrow V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$



2. Quay quanh Oy

$$(H): \begin{cases} (C_1): x = f(y) \\ Oy: x = 0 \\ \Delta_1: y = a \\ \Delta_2: y = b \end{cases} \Rightarrow V = \pi \int_a^b [f(y)]^2 dy$$



Bài tập Tính thể tích 1. $y = -x^2 + 4x$ và trục Ox : a. Quay Ox. (ĐS : $\frac{512\pi}{15}$) ; b. Quay Oy. (ĐS : $\frac{128\pi}{3}$)

2. $y = (x-2)^2$ và $y=4$. a. Quay Ox (ĐS : $\frac{256\pi}{5}$) ; b. Quay Oy (ĐS : $\frac{128\pi}{3}$)

3. $y = x^2 + 1$, Ox, Oy và $x=2$. a. Quay Ox (ĐS : $\frac{206\pi}{15}$) ; b. Quay Oy (ĐS : 12π)

Bài 2: Tính diện tích hình phẳng D giới hạn bởi các đường sau:

1. $D = \left\{ y = \frac{\ln x}{x^2}, y = 0, x = -1, x = 2 \right\}$; 4. $D = \left\{ y = \frac{\ln x}{2\sqrt{x}}, y = 0, x = 1, x = e \right\}$

2. $D = \left\{ y = \frac{x^2 + 3x + 1}{x + 1}, y = 0, x = 0, x = 1 \right\}$; 5. $D = \left\{ y = \sin^2 x \cos^3 x, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{2} \right\}$

**TỔNG HỢP CÁC BÀI TÍCH PHÂN
TRONG ĐỀ THI ĐẠI HỌC TỪ 2002 ĐẾN 2013**

Bài 1 (ĐH A2002) : Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường :

$$y = |x^2 - 2x + 3| . y = x + 3 \quad \text{ĐS : } S = \frac{109}{6}$$

Bài 2 (ĐH B2002) : Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường :

$$y = \sqrt{4 - \frac{x^2}{4}} \text{ và } y = \frac{x^2}{4\sqrt{2}} \quad \text{ĐS : } S = 2\pi + \frac{4}{3}$$

Bài 3 (ĐH A2003) : Tính tích phân :

$$I = \int_{\sqrt{5}}^{2\sqrt{3}} \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + 4}} \quad \text{ĐS : } I = \frac{1}{4} \ln \frac{5}{3}$$

Bài 4 (ĐH B2003) : Tính tích phân :

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - 2\sin^2 x}{1 + \sin 2x} dx \quad \text{ĐS : } I = \frac{1}{2} \ln 2$$

Bài 5 (ĐH D2003) : Tính tích phân :

$$I = \int_0^2 |x^2 - x| dx$$

ĐS : $I = 1$

Bài 6 (ĐH A2004) : Tính tích phân :

$$I = \int_1^2 \frac{x}{1 + \sqrt{x-1}}$$

ĐS : $I = \frac{11}{3} - 4 \ln 2$

Bài 7 (ĐH B2004) : Tính tích phân :

$$I = \int_0^e \frac{\sqrt{1+3 \ln x} \ln x}{x} dx.$$

ĐS : $I = \frac{116}{135}$

Bài 8 (ĐH D2004) : Tính tích phân :

$$I = \int_2^3 \ln(x^2 - x) dx.$$

ĐS : $I = 3 \ln 3 - 2$

Bài 9 (ĐH A2005) : Tính tích phân :

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x + \sin x}{\sqrt{1+3 \cos x}} dx$$

ĐS : $I = \frac{34}{27}$

Bài 10 (ĐH B2005) : Tính tích phân :

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \cos x}{1 + \cos x} dx.$$

ĐS : $I = 2 \ln 2 - 1$

Bài 11 (ĐH D2005) : Tính tích phân :

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (e^{\sin x} + \cos x) \cos x dx.$$

ĐS : $I = e + \frac{\pi}{4} - 1$

Bài 12 (ĐH A2006) : Tính tích phân :

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos^2 x + 4 \sin^2 x}} dx$$

ĐS : $I = \frac{2}{3}$

Bài 13 (ĐH B2006) : Tính tích phân :

$$I = \int_{\ln 3}^{\ln 5} \frac{dx}{e^x + 2e^{-x} - 3}.$$

ĐS : $I = \ln \frac{3}{2}$

Bài 14 (ĐH D2006) : Tính tích phân :

$$I = \int_0^1 (x-2)e^{2x} dx.$$

ĐS : $I = \frac{5-3e^2}{4}$

Bài 15 (ĐH A2007) : Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường:

$$y = (e+1)x, \quad y = (1+e^x)x.$$

ĐS : $S = \frac{e}{2} - 1$

Bài 16 (ĐH B2007) : Cho hình phẳng H giới hạn bởi các đường $y = x \ln x, y = 0, x = e$. Tính thể

tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình H quanh trục Ox. **ĐS :** $V = \frac{\pi(5e^3 - 2)}{27}$

Bài 17 (ĐH D2007) : Tính tích phân :

$$I = \int_1^e x^3 \ln^2 x dx.$$

ĐS : $I = \frac{5e^4 - 1}{32}$

Bài 18 (ĐH A2008) : Tính tích phân :

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\tan^4 x}{\cos 2x} dx.$$

ĐS : $I = \frac{1}{2} \ln(2 + \sqrt{3}) - \frac{10}{9\sqrt{3}}$

Bài 19 (ĐH B2008) : Tính tích phân :

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin(x - \frac{\pi}{4})dx}{\sin 2x + 2(1 + \sin x + \cos x)}$$

ĐS : $I = \frac{4 - 3\sqrt{2}}{4}$

Bài 20 (ĐH D2008) : Tính tích phân :

$$I = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^3} dx$$

ĐS : $I = \frac{3 - 2\ln 2}{16}$

Bài 21 (ĐH A2009) : Tính tích phân :

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos^3 - 1)\cos^2 x dx$$

ĐS : $I = \frac{8}{15} - \frac{\pi}{4}$

Bài 22 (ĐH B2009) : Tính tích phân :

$$I = \int_1^3 \frac{3 + \ln x}{(x + 1)^2} dx$$

ĐS : $I = \frac{1}{4}(3 + \ln \frac{27}{16})$

Bài 23 (ĐH D2009) : Tính tích phân :

$$I = \int_1^3 \frac{dx}{e^x - 1}$$

ĐS : $I = \ln(e^2 + e + 1) - 2$

Bài 24 (ĐH A2010) : Tính tích phân :

$$I = \int_0^1 \frac{x^2 + e^x + 2x^2 e^x}{2e^x + 1} dx$$

ĐS : $I = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \ln \frac{1 + 2e}{3}$

Bài 25 (ĐH B2010) : Tính tích phân :

$$I = \int_1^e \frac{\ln x}{x(\ln x + 2)^2} dx$$

ĐS : $I = -\frac{1}{3} + \ln \frac{3}{2}$

Bài 26 (ĐH D2010) : Tính tích phân :

$$I = \int_1^e (2x - \frac{3}{x}) \ln x dx$$

ĐS : $I = \frac{e^2}{2} - 1$

Bài 27 (ĐH A2011) : Tính tích phân :

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x \sin x + (x + 1) \cos x}{x \sin x + \cos x} dx$$

ĐS : $I = \frac{\pi}{4} + \ln \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\pi}{4} + 1 \right) \right)$

Bài 28 (ĐH B2011) : Tính tích phân :

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{1 + x \sin x}{\cos^2 x} dx$$

ĐS : $I = \sqrt{3} + \frac{2\pi}{3} + \ln(2 - \sqrt{3})$

Bài 29 (ĐH D2011) : Tính tích phân :

$$I = \int_0^4 \frac{4x - 1}{\sqrt{2x + 1} + 2} dx$$

ĐS : $I = \frac{34}{3} + 10 \ln \left(\frac{3}{5} \right)$

Bài 30 (ĐH A2012) : Tính tích phân :

$$I = \int_1^3 \frac{1 + \ln(x + 1)}{x^2} dx$$

ĐS : $I = \frac{2}{3} + \ln 3 - \frac{2}{3} \ln 2$

Bài 31 (ĐH B2012) : Tính tích phân :

$$I = \int_0^1 \frac{x^3}{x^4 + 3x^2 + 2} dx$$

ĐS : $I = \ln 3 - \frac{3}{2} \ln 2$

Bài 32 (ĐH D2012) : Tính tích phân :

$$I = \int_0^{\pi/4} x(1 + \sin 2x) dx$$

ĐS : $I = \frac{\pi^2}{32} + \frac{1}{4}$

Bài 33 (ĐH A2013) : Tính tích phân :

$$I = \int_1^2 \frac{x^2 - 1}{x^2} \ln x \, dx$$

$$\text{ĐS : } I = \frac{5}{2} \ln 2 - \frac{3}{2}$$

Bài 34 (ĐH B2013) : Tính tích phân :

$$I = \int_0^1 x \sqrt{2-x^2} \, dx$$

$$\text{ĐS : } I = \frac{2\sqrt{2}-1}{3}$$

Bài 35 (ĐH D2013) : Tính tích phân :

$$I = \int_0^1 \frac{(x+1)^2}{x^2+1} \, dx$$

$$\text{ĐS : } I = 1 + \ln 2$$

TỔNG HỢP MỘT SỐ ĐỀ THI CAO ĐẲNG

1. CĐ2002A: $\int_1^e \frac{x^2+1}{x} \ln x \, dx$ (KQ: $\frac{1}{4}(e^2+3)$); 2. CĐ2002B $\int_0^2 \frac{x^4-x+1}{x^2+4} \, dx$ (KQ: $-\frac{16}{3} - \frac{1}{2} \ln 2 + \frac{17\pi}{8}$)

3. CĐ2002D Cho $f(x) = \frac{a}{(x+1)^3} + bx e^x$. Tìm a, b biết rằng: $f(0) = -22$ và $\int_0^1 f(x) \, dx = 5$ (KQ: $a=8, b=2$)

4. CĐ2003 $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{1}{x^3+x} \, dx$ (KQ: $\frac{1076}{15}$); 5. CĐ2003B $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x} \sin 2x \, dx$ (KQ: 2)

6. CĐ2003B $\int_0^2 \frac{x^4-x+1}{x^2+4} \, dx$ (KQ: $-\frac{16}{3} - \frac{1}{2} \ln 2 + \frac{17\pi}{8}$); 7. CĐ2004A $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x \tan x \, dx$ (KQ: $\ln 2 - \frac{3}{8}$)

8. CĐ2004B $\int_0^7 \frac{x+2}{\sqrt[3]{x+1}} \, dx$ (KQ: $\frac{231}{10}$); 9. CĐ2004D $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan x + e^{\sin x} \cos x) \, dx$ (KQ: $\frac{1}{2} \ln 2 + e^{\frac{\sqrt{2}}{2}} - 1$)

10. CĐ2005B $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x+1) \sin 2x \, dx$ (KQ: $\frac{4+\pi}{4}$); 13. CĐ2005D $\int_1^e \frac{3-2 \ln x}{x \sqrt{1+2 \ln x}} \, dx$ (KQ: $\frac{10\sqrt{2}-11}{3}$)

14. CĐ2006B $\int_0^1 \frac{x(x-1)}{x^2-4} \, dx$ (KQ: $1 + \ln 2 - \frac{3}{2} \ln 3$); 15. CĐ2006A $\int_0^4 \frac{\sqrt{2x+1}}{1+\sqrt{2x+1}} \, dx$ (KQ: $2 + \ln 2$)

CHÚC CÁC EM HỌC TỐT

Lớp bồi dưỡng kiến thức và LTĐH chất lượng cao

www.huynhvanluong.com

Lớp học thân thiện của học sinh Tây Ninh

0918.859.305 – 01234.444.305 – 0996.113.305

0929.105.305-0967.859.305-0666.513.305