HUỲNH VĂN LƯỢNG
0918.859.305-0996.113.305
01234.444.305 – 0666.513.305

ĐÁP ÁN ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC 2014
MÔN TOÁN- KHỐI A VÀ A1

Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1 (2,0 điểm) Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ (1)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1)

b) Tìm tọa độ điểm M thuộc (C) sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng y = -x bằng $\sqrt{2}$

Câu 2 (1,0 điểm) Giải phương trình $\sin x+4\cos x=2+\sin 2x$

Câu 3 (1,0 điểm) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C): $y=x^2-x+3$ và đường thẳng $y=2x+1$

Câu 4 (1,0 điểm)

a) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $z+(2+i)\bar{z}=3+5i$. Tìm phần thực và phần ảo của z.

b) Từ một hộp chứa 16 thẻ được đánh số từ 1 đến 16, chọn ngẫu nhiên 4 thẻ. Tính xác suất để 4 thẻ được chọn đều được đánh số chẵn?

Câu 5 (1,0 điểm) Trong không gian hệ tọa độ Oxyz , cho mặt phẳng (P) : $2x+y-2z-1=0$ và đường thẳng d: $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+3}{3}$. Tìm tọa độ giao điểm của d và (P). Viết phương trình mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P).

Câu 6 (1,0 điểm): Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình vuông cạnh a, SD = $\dfrac{3a}{2}$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng *(ABCD)* là trung điểm của cạnh AB. Tính theo a thể tích khối chóp *S.ABCD* và khoảng cách từ A đến mặt phẳng *(SBD)*.

Câu 7 (1,0 điểm): Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD có điểm M là trung điểm của đoạn AB và N là điểm thuộc đoạn AC sao cho AN = 3NC. Viết phương trình đường thẳng CD, biết rằng M(1;2) và N (2;-1).

Câu 8 (1,0 điểm): Giải hệ phương trình $\begin{cases} x\sqrt{12-y}+\sqrt{y(12-x^2)}=12 \\ x^3-8x-1=2\sqrt{y-2} \end{cases}$ $(x,y\in R)$

Câu 9 (1,0 điểm) : Cho x, y, z là các số thực không âm và thỏa mãn điều kiện $x^2+y^2+z^2=2$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{x^2}{x^2+yz+x+1}+\dfrac{y+z}{x+y+z+1}-\dfrac{1+yz}{9}$

BÀI GIẢI

Câu 1: Tập xác định: $D=R\setminus\{1\}$

$y'=\dfrac{-3}{(x-1)^2}<0$

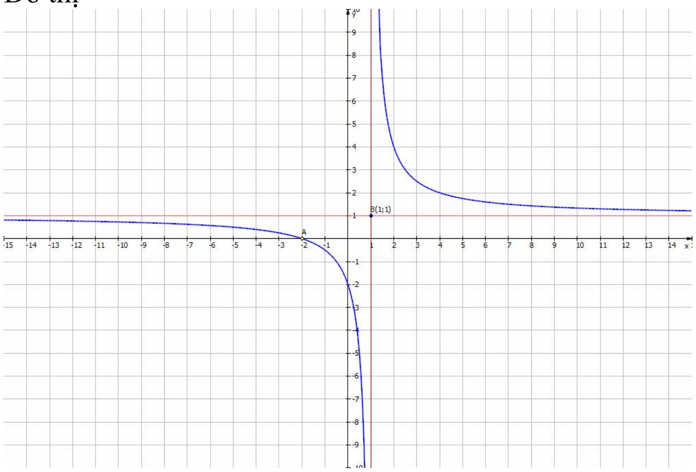
$\lim\limits_{x\to1^-} y=-\infty$, $\lim\limits_{x\to1^+} y=+\infty$, nên x = 1 là tiệm cận đứng

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=1$ nên tiệm cận ngang là y = 1

Bảng biến thiên

x	-∞		1		+∞
y'	0	-	‖	-	0
y	1 ↘	-∞	‖	+∞ ↘	1

Đồ thị



b) Gọi M (x; $\frac{x+2}{x-1}$) . Yêu cầu bt tương đương : $\left|\dfrac{\frac{x+2}{x-1}+x}{\sqrt{2}}\right|=\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow$ $|x + 2 + x^2 – x| = 2|x – 1|$ $\Leftrightarrow$ $|x^2 + 2| = 2|x – 1|$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 1 \\ x^2-2x+4=0\,(VN) \end{cases}$ hay $\begin{cases} x<1 \\ x^2+2x=0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow$ x = -2 hay x = 0.

Vậy có 2 điểm M là (-2; 0) và (0; -2).

Câu 2 : sinx + 4cosx = 2 + 2sinxcosx

$\Leftrightarrow$ 2sinxcosx – sinx + 2 – 4cosx = 0

$\Leftrightarrow$ 2cosx(sinx – 2) – (sinx – 2) = 0

$\Leftrightarrow$ 2cosx – 1 = 0 (vì sinx – 2 $\neq$ 0)

$\Leftrightarrow$ cosx = $\frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow$ x = $\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi$

Câu 3 : Phương trình hoành độ giao điểm của đường cong và đường thẳng là

$x^2 – x + 3 = 2x + 1 \Leftrightarrow x = 1$ hay $x = 2$

Ta có khi $1\le x\le 2$ thì $x^2 – x + 3 \le 2x + 1$

$$S=\int_1^2\left(-x^2+3x-2\right)dx=\left(-\frac{1}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2-2x\right)\Big|_1^2=\left(-\frac{1}{3}2^3+\frac{3}{2}2^2-2.2\right)-\left(-\frac{1}{3}1^3+\frac{3}{2}1^2-1.2\right)=-\frac{2}{3}+\frac{5}{6}=\frac{1}{6}$$

Câu 4 :

a) $z+(2+i)\bar{z}=3+5i$

Gọi z = a + ib, ta có phương trình đã cho thành: z

a + ib + (2 + i)(a – ib) = 3 + 5i

$\Leftrightarrow$ 3a – ib + b + ia = 3 + 5i $\Leftrightarrow$ 3a + b = 3 và a – b = 5 $\Leftrightarrow$ a = 2 và b = -3.

b) Gọi A: "Chọn được 4 thẻ chẵn"

Chọn 4 thẻ trong 16 thẻ có $C_{16}^4=1820$ cách chọn

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega)=1820$

Chọn 4 thẻ trong 8 thẻ đánh số chẵn có $C_8^4=70$ cách chọn

Số phần tử biến cố A : $n(A)=70$

Xác suất để chọn được 4 thẻ đều chẵn

$P(A)=\frac{70}{1820}=\frac{1}{26}$

Câu 5 :

a) I $\in$ d $\Rightarrow$ I (2 + t; -2t; – 3 + 3t)

I $\in$ (P) $\Rightarrow$ 2(2 + t) – 2t – 2 (3t – 3) – 1 = 0

$\Rightarrow t = \dfrac{3}{2}$. Vậy I $\left(\dfrac{7}{2};-3;\dfrac{3}{2}\right)$

b) (d) qua A (2; 0; -3) và VTCP $\vec{a}$ = (1; -2; 3)

(α) có PVT là $\vec{n}$ (2; 1; -2)

Gọi (α) là mp qua d và vuông góc (P) thì (α) có VTPT là $\vec{a} \wedge \vec{n}$ = (1; 8; 5)

PT (α) là : 1(x – 2) + 8(y – 0) + 5(z + 3) = 0 $\Leftrightarrow$ x + 8y + 5z + 13 = 0

Câu 6 : Gọi M là trung điểm của AB.

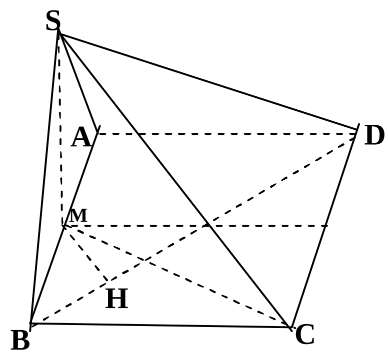
$$CM^2 = a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{5a^2}{4} \Rightarrow$$

$$SM^2 = SC^2 - MC^2 = \left(\frac{3a}{2}\right)^2 - \frac{5a^2}{4} = a^2$$

$V = \dfrac{1}{3}a^2a = \dfrac{a^3}{3}$. Ta có $MH = \dfrac{a}{2\sqrt{2}}$

Gọi h là chiều cao từ M của tam giác SMH

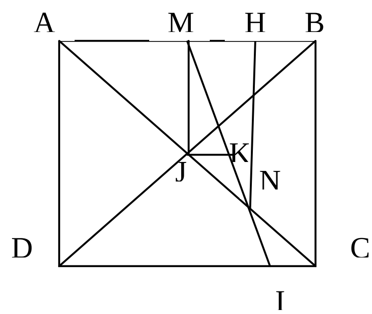
$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{\left(\frac{a}{2\sqrt{2}}\right)^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{9}{a^2} \Rightarrow h = \frac{a}{3}$$



Vì AB = 2AM $\Rightarrow$d (A;SBD) = 2d(M; SBD) = $\dfrac{2a}{3}$

Câu 7 : Gọi I giao điểm MN và CD

$\Delta NAM \sim \Delta NCI \Rightarrow \dfrac{NA}{NC} = \dfrac{NM}{NI} = 3 \Rightarrow \overrightarrow{NI} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{MN}$



$\Rightarrow \begin{cases} x_I - 2 = \frac{1}{3}(1) \\ y_I + 1 = \frac{1}{3}(-3) \end{cases}$. Vậy I $\left(\dfrac{7}{3};-2\right)$

Gọi $\vec{n}$ = (a; b) là VTPT của AB

pt (AB) : a (x – 1) + b (y – 2) = 0

pt (CD) : $a(x - \frac{7}{3}) + b(y + 2) = 0$

Đặt AB = x (x > 0) $\Rightarrow$MH = $\dfrac{x}{4}$; NH = $\dfrac{3}{4}x$

Ta có : $MN^2 = MH^2 + NH^2 \Rightarrow x = 4$

d(M; CD) = 4 $\Leftrightarrow |-a + 3b| = 3\sqrt{a^2 + b^2} \Leftrightarrow 4a^2 + 3ab = 0$

Với b = 0 $\Rightarrow$ a = 0 (loại)

Với b $\neq$ 0 chọn b = 1 $\Rightarrow$ a = 0 hoặc a = $-\dfrac{3}{4}$

Vậy phương trình CD là : y + 2 = 0 hoặc 3x – 4y - 15 = 0

<u>Cách 2</u>: Gọi I giao điểm MN và CD

$\Delta NAM \sim \Delta NCI \Rightarrow \dfrac{NA}{NC} = \dfrac{NM}{NI} = 3 \Rightarrow \overrightarrow{NI} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{MN}$

$\Rightarrow \begin{cases} x_I - 2 = \frac{1}{3}(1) \\ y_I + 1 = \frac{1}{3}(-3) \end{cases}$. Vậy I $\left(\dfrac{7}{3};-2\right)$

VTCP của MN là $\vec{a}$ (1; -3)

VTCP của CD là $\vec{b}$ (m; n)

cos(MN,CD) = $\frac{1}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow 8n^2 - 6mn = 0 \Leftrightarrow n = 0$ hay $n = \frac{3m}{4}$

+ TH1: $n = 0 \Rightarrow CD : y + 2 = 0$

+ TH2: $n = \frac{3m}{4} \Rightarrow CD : 3x - 4y - 15 = 0$

Câu 8:

$$\begin{cases} x\sqrt{12-y} + \sqrt{y(12-x^2)} = 12 & (1) \\ x^3 - 8x - 1 = 2\sqrt{y-2} & (2) \end{cases} \quad (x, y \in R)$$

Điều kiện : $\begin{cases} 2 \le y \le 12 \\ 12 - x^2 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \le y \le 12 \\ -2\sqrt{3} \le x \le 2\sqrt{3} \end{cases}$

Cách 1:

Đặt a = $\sqrt{12-y}$, a≥ 0 $\Rightarrow y = 12 - a^2$

(1) $\Leftrightarrow xa + \sqrt{(12-a^2)(12-x^2)} = 12$

$\Leftrightarrow \sqrt{12^2 - 12x^2 - 12a^2 + x^2a^2} = 12 - xa$

$\Leftrightarrow \begin{cases} xa \le 12 \\ 12^2 - 12x^2 - 12a^2 + x^2a^2 = 12^2 - 2.12.xa + x^2a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xa \le 12 \\ 12x^2 - 2.12xa + 12a^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xa \le 12 \\ (x-a)^2 = 0 \end{cases}$

Ta có $(x - a)^2 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{12-y}$ (*)

Thế (*) vào (2) được : $(12-y)\sqrt{12-y} - 8\sqrt{12-y} - 1 = 2\sqrt{y-2}$

$\Leftrightarrow (4-y)\sqrt{12-y} = 2\sqrt{y-2} + 1 \Leftrightarrow \quad (3-y)\sqrt{12-y} + \sqrt{12-y} - 3 + 2 - 2\sqrt{y-2} = 0$

$\Leftrightarrow (3-y)\sqrt{12-y} + \frac{3-y}{\sqrt{12-y}+3} + \frac{2(3-y)}{1+\sqrt{y-2}} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = 3 \\ \sqrt{12-y} + \frac{1}{\sqrt{12-y}+3} + \frac{2}{1+\sqrt{y-2}} = 0 \text{(vo nghiem)} \end{array}\right.$

Vậy $\begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$

Cách 2:

Ta có $x\sqrt{12-y} + \sqrt{(12-x^2)y} \le \sqrt{\left(x^2 + 12 - x^2\right)\left(12 - y + y\right)} = 12$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{12-y^2}} = \frac{\sqrt{12-y}}{\sqrt{y}} \Leftrightarrow x\sqrt{y} = \sqrt{(12-y)(12-x^2)}$ (3)

Khi đó (1) tương đương với (3)

(3) $\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ x^2y = 144 - 12x^2 - 12y + x^2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ 12y = 144 - 12x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ y = 12 - x^2 \quad (4) \end{cases}$

Thế (4) vào (2) ta có

(2) $\Leftrightarrow x^3 - 8x - 1 = 2\sqrt{10-x^2} \Leftrightarrow x^3 - 8x - 1 - 2\sqrt{10-x^2} = 0 \Leftrightarrow x^3 - 8x - 3 + 2\left(1 - \sqrt{10-x^2}\right) = 0$

$\Leftrightarrow (x-3)\left(x^2+3x+1\right) + 2.\frac{1-(10-x^2)}{1+\sqrt{10-x^2}} = 0 \Leftrightarrow (x-3)\left(x^2+3x+1\right) + 2.\frac{9-x^2}{1+\sqrt{10-x^2}} = 0$

$\Leftrightarrow (x-3)\left[x^2+3x+1+\frac{2(x+3)}{1+\sqrt{10-x^2}}\right] = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x^2+3x+1+\frac{2(x+3)}{1+\sqrt{10-x^2}} = 0 \text{ (vo nghiem vì } x \ge 0) \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow y = 3$

Cách 3:

Đặt $\vec{a} = \left(x; \sqrt{12 - x^2}\right); \vec{b} = \left(\sqrt{12 - y}; \sqrt{y}\right)$; $\left|\vec{a}\right| = \left|\vec{b}\right| = \sqrt{12}$

(1) $\Leftrightarrow \vec{a}^2 + \vec{b}^2 = 2\vec{a}.\vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow x = \sqrt{12 - y}$

(2) $\Leftrightarrow x^3 - 8x - 3 = 2\sqrt{10 - x^2} - 2 \quad \Leftrightarrow (x - 3)\left(x^2 + 3x + 1\right) = 2\dfrac{(3 - x)(3 + x)}{\sqrt{10 - x^2} + 1} \quad \Leftrightarrow x = y = 3$

$\left(x^2 + 3x + 1\right)\left(\sqrt{10 - x^2} + 1\right) - 2(3 + x) = 0$

Đặt $f(x) = \left(x^2 + 3x + 1\right)\left(\sqrt{10 - x^2} + 1\right) - 2(3 + x)$

$f'(x) < 0 \, \forall x > 0 \Rightarrow$ phương trình vô nghiệm.

Vậy nghiệm của hpt trên: (3;3)

Câu 9:

Ta có : $2x(y + z) \le x^2 + (y + z)^2 = 2 + 2yz \Rightarrow yz + 1 \ge x(y + z)$

$$\frac{x^2}{x^2 + yz + x + 1} \le \frac{x^2}{x^2 + x + x(y + z)} = \frac{x^2}{x + y + z + 1}$$

Do đó $P \le \dfrac{x}{x + y + z + 1} + \dfrac{y + z}{x + y + z + 1} - \dfrac{1 + yz}{9} = 1 - \left(\dfrac{1}{x + y + z + 1} + \dfrac{1 + yz}{9}\right)$

Theo BĐT BCS ta có : $x + (y + z) \le \sqrt{2(x^2 + (y + z)^2} = 2\sqrt{1 + yz}$

Do đó : $T = \dfrac{1}{1 + 2\sqrt{1 + yz}} + \dfrac{1 + yz}{9} = \dfrac{1}{2u + 1} + \dfrac{u^2}{9} \ge \dfrac{4}{9}, \forall u = \sqrt{1 + yz} \ge 1$

$\Rightarrow P \le 1 - \dfrac{4}{9} = \dfrac{5}{9}$

Khi x = y = 1 và z = 0 hay x = z = 1 và y = 0 thì P = $\dfrac{5}{9}$

Vậy Max P = $\dfrac{5}{9}$.